ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 18 AOUT 1948.

PRÉSIDENCE DE M. EMMANUEL LECLAINCHE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Jules Rouch** fait hommage à l'Académie du texte d'une Conférence qu'il a faite sur *Le Docteur Jules Richard, Directeur du Musée Océanographique de Monaco* (1863-1945), extrait du *Bulletin de l'Association des Naturalistes de Nice et des Alpes maritimes*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes complets de l'espace hilbertien.* Note de M. **Gaston Julia.**

M. Sven Hilding a donné, dans *Arkiv för Matematik*, 1946, Bd 32 B, n° 7, trois propositions (conditions *suffisantes*) concernant les systèmes *complets* de l'espace hilbertien. On va montrer que ces trois propositions, ainsi que d'autres analogues mais plus générales, découlent de propriétés *géométriques* fort simples, et que nous croyons nouvelles, des systèmes ONC de l'espace hilbertien au regard des sous-espaces (variétés linéaires fermées) de cet espace $\mathcal{H}$; on notera que ces propriétés subsistent *a fortiori* dans l'espace unitaire à n dimensions.

1. Le système (ε_n) étant un système ONC *quelconque* de vecteurs de $\mathcal{H}$, d'origine O, d'extrémités ε_n, on a :

Théorème 1. — *La somme des carrés des longueurs des projections d'un système ONC quelconque sur un sous-espace* V *fixe est une constante finie ou infinie, indépendante du système, et égale au nombre de dimensions de* V. En effet, si (X_i) est une base ON de V, on a $P_V\varepsilon_n=\sum_i (X_i, \varepsilon_n) X_i$ et $|P_V\varepsilon_n|^2=\sum_i |(X_i, \varepsilon_n)|^2$. Donc $\sum_n |P_V\varepsilon_n|^2=\sum_n\sum_i |(X_i, \varepsilon_n)|^2=\sum_i\sum_n |(X_i, \varepsilon_n)|^2$ (car tous les termes sont positifs). Or $\sum_n |(X_i, \varepsilon_n)|^2=|X_i|^2=1$, car le système (ε_n) est ONC. Donc $\sum_n |P_V\varepsilon_n|^2=\sum_i 1=$ *nombre de dimensions de* V.

THÉORÈME 2. — Introduisons le sous-espace V' complémentaire de V, $V' = \mathcal{H} \ominus V$, on aura : *la somme des carrés des distances* δ_n *des extrémités* ε_n *d'un système* ONC *quelconque à un sous-espace fixe* (*quelconque*) V *de* $\mathcal{H}$, *est une constante, indépendante du système* (ε_n) *et égale au nombre de dimensions de* V'. Car $\delta_n = |P_{V'}\varepsilon_n|$.

2. Le théorème 1 n'est qu'un cas particulier du théorème suivant.

THÉORÈME 3. — W *et* V *étant deux sous-espaces quelconques* de $\mathcal{H}$, *et* (ε_n) *une base* ON *quelconque de* W, *la somme des carrés des longueurs des projections des* ε_n *sur* V *est une constante indépendante de la base de* W *choisie; c'est un invariant attaché à* W *et* V, *et ne dépendant que de la position relative de* W *et* V. *Le théorème* 1 *correspond au cas où* $W = \mathcal{H}$.

Soit (η_i) une base ON de V. On a, comme précédemment,

$$\sum_n |P_V \varepsilon_n|^2 = \sum_i \sum_n |(\eta_i, \varepsilon_n)|^2.$$

Si (ε'_n) est une 2e base ON de W, on aura $\varepsilon'_n = \sum_p u_{np}\varepsilon_p$, la matrice $\|u_{np}\|$ étant *unitaire*. De même $(\eta_i, \varepsilon'_n) = \sum_n u_{np}(\eta_i, \varepsilon_p)$. Pour *chaque* i, on aura

$$\sum_n |(\eta_i, \varepsilon'_n)|^2 = \sum_n |(\eta_i, \varepsilon_n)|^2 = |P_W \eta_i|^2.$$

Donc $\sum_n |P_V \varepsilon_n|^2 = \sum_n |P_V \varepsilon'_n|^2 = \sum_i |P_W \eta_i|^2$. La quantité envisagée est bien un *invariant mutuel de* W *et* V (qui est certainement fini si W ou V a un nombre fini de dimensions).

Nous reviendrons ailleurs sur des applications de ce théorème 3. On généralise de même le théorème 2. [Dans l'espace euclidien réel à 3 dimensions le théorème 3 se réduit, pour 2 plans W et V, au théorème d'Apollonius pour les ellipses de V.]

3. A titre de réciproque du théorème 1, on peut énoncer le théorème suivant :

THÉORÈME 4. — *Si un système de vecteurs* (ε_n) *de* $\mathcal{H}$ *est tel que la somme des carrés des longueurs de leurs projections sur un sous-espace* quelconque V, *à* p *dimensions de* $\mathcal{H}$ (p *entier, fixe mais arbitraire*), *est une constante* $(\neq 0)$, *indépendante du sous-espace, et ne dépendant que de* p, *le système* (ε_n), *convenablement normé, est, ou bien un système* ONC *de* $\mathcal{H}$, *ou la projection sur* $\mathcal{H}$ *d'un système* ONC *de* $\mathcal{H}_1$ *quelconque contenant* $\mathcal{H}$ (¹).

a. On montre d'abord que si le théorème 4 est vrai pour un V_p quelconque à p dimensions, il l'est pour un V_1 quelconque ($p = 1$). En effet, X_1 et X'_1 étant

(¹) *Voir* JULIA, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1485-1487 et **227**, 1948, p. 317.

deux vecteurs unitaires quelconques *distincts*, on choisit, dans le sous-espace complémentaire de $[X_1, X'_1]$, $p-1$ vecteurs $X_2, \ldots, X_p$ formant un système ON. Considérant la variété $V_{p-1} = [X_2, \ldots, X_p]$, les deux variétés $V_p = [X_1] \oplus V_{p-1}$ et $V'_p = [X'_1] \oplus V_{p-1}$, S_p et S'_p étant les sommes respectives des carrés des projections des ε_n sur V_p et V'_p, S_{p-1} ladite somme pour V_{p-1}, on aura

$$|P_{V_p}\varepsilon_n|^2 = |P_{X_1}\varepsilon_n|^2 + |P_{V_{p-1}}\varepsilon_n|^2.$$

Donc

$$S_p = \sum_{n=1}^{\infty} |P_{X_1}\varepsilon_n|^2 + S_{p-1} \qquad \text{et} \qquad S'_p = \sum_{n=1}^{\infty} |P_{X'_1}\varepsilon_n|^2 + S_{p-1}.$$

$S_p = S'_p$ donne bien $\sum_n |P_{X_1}\varepsilon_n|^2 = \sum_n |P_{X'_1}\varepsilon_n|^2$.

Réciproquement, si S_1 a une valeur constante C pour tout V_1, S_p aura la valeur constante pC pour tout V_p.

b. Soit ξ un vecteur unitaire quelconque de $\mathcal{H}$, on aura, par *a*., $\sum_n |(\varepsilon_n, \xi)|^2 = C$, C constante positive $\neq 0$ indépendante de ξ. En considérant les $\xi_n = \varepsilon_n(\sqrt{C})^{-1}$, on aura $\sum_n |(\xi_n, \xi)|^2 = 1$ et, pour tout vecteur X de $\mathcal{H}$, $\sum_n |(\xi_n, X)|^2 = |X|^2$. Le système ξ_n, c'est-à-dire le système ε_n convenablement normé, est bien un des systèmes envisagés dans la Note (1).

4. Le théorème 2 permet de retrouver et de généraliser les 3 propositions de M. S. Hilding.

Soit (ε_n) un système ONC de $\mathcal{H}$, $(\varepsilon_n + \eta_n)$ un système voisin à étudier. On pose $|\eta_n| = r_n$. Soit $V = [\varepsilon_1 + \eta_1, \varepsilon_2 + \eta_2, \ldots]$ le sous-espace sous-tendu par les $(\varepsilon_n + \eta_n)$; soit V′ *le sous-espace complémentaire* de V. δ_n étant la distance de ε_n à V, $\sum_n \delta_n^2 =$ le nombre de dimensions de V′. Donc $\Sigma\delta_n^2 \geq 1$ *si le système* $(\varepsilon_n + \eta_n)$ *est incomplet*.

1° Évidemment $r_n \geq \delta_n$, et $\Sigma r_n^2 \geq \Sigma\delta_n^2$. Par conséquent, *si* $\Sigma r_n^2 < 1$, *on a* $\Sigma\delta_n^2 < 1$, *donc* $V' = 0$, $V = \mathcal{H}$ *et le système* $(\varepsilon_n + \eta_n)$ *est complet*. C'est le premier théorème de M. Hilding. La limite 1 est *exacte*, car on a $\Sigma r_n^2 = 1$ en prenant $\eta_1 = -\varepsilon_1$ et $\eta_n = 0$ pour $n > 1$; alors V′ a 1 dimension et $(\varepsilon_n + \eta_n)$ n'est pas complet.

On peut généraliser le théorème comme suit. *Si* $\Sigma r_n^2 < +\infty$, *alors* $\Sigma\delta_n^2 < +\infty$, *V′ n'a qu'un nombre fini de dimensions*. En précisant : *si* $p-1 < \Sigma r_n^2 \leq p$ *(p entier), alors* $\Sigma\delta_n^2 \leq p$ *et V′ a au plus p dimensions*. La limite est *exacte;* car on a $\Sigma r_n^2 = p$, avec $\delta_n = r_n$, en prenant $\eta_k = -\varepsilon_k$ pour $k \leq p$ et $\eta_k = 0$ pour $k > p$; alors $V' = [\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_p]$ a exactement p dimensions.

2° Lorsque η_n est assujetti à la condition $|\varepsilon_n + \eta_n| = 1$ pour tout n, r_n est $\geq$ au minimum de la distance de ε_n à l'intersection de la sphère $|X| = 1$ avec V,

minimum dont la valeur est $2-2\sqrt{1-\delta_n^2}$. On en déduit $\delta_n^2 \leqq r_n^2(1-4^{-1}r_n^2)$. Donc, *si* $\Sigma r_n^2(1-4^{-1}r_n^2)<1$, *on a* $\Sigma\delta_n^2<1$, *le système* $(\varepsilon_n+\eta_n)$ *est complet.* C'est le deuxième théorème de M. Hilding, qu'on généralise ainsi : *Si* $p-1<\Sigma r_n^2(1-4^{-1}r_n^2)\leqq p$, *alors* $\Sigma\delta_n^2\leqq p$ et V′ *a au plus p dimensions.* On atteint la limite *exacte*, et V′ a p dimensions, en prenant $V=[\varepsilon_{p+1}, \varepsilon_{p+2}, \ldots]$ et $\eta_k=0$ pour $k>p$, et $V'=[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_p]$, avec $\eta_i=-\varepsilon_i+1$ vecteur unité quelconque *de* V pour $i\leqq p$.

3° Supposons η_n assujetti à la condition que η_n *soit orthogonal à* ε_n, pour tout n. Lorsque, ε_n étant fixé, $\varepsilon_n+\eta_n$ reste dans V, le minimum de $r_n=|\eta_n|$ s'obtient aisément par des considérations géométriques, c'est $\delta_n(1-\delta_n^2)^{-1/2}$. Donc $\delta_n^2\leqq r_n^2(1+r_n^2)^{-1}$. Par suite, *si* $\Sigma r_n^2(1+r_n^2)^{-1}<1$, *on a* $\Sigma\delta_n^2<1$, *le système* $(\varepsilon_n+\eta_n)$ *est complet; c'est le troisième théorème de M. Hilding.* On le généralise comme suit : *Si* $p-1<\Sigma r_n^2(1+r_n^2)^{-1}\leqq p$ (*p entier quelconque*), *alors* $\Sigma\delta_n^2\leqq p$ *et* V′ *a au plus p dimensions.*

La limite p est exacte; on l'atteint en prenant V′ arbitraire à p dimensions, $V=\mathcal{H}\ominus V'$, et choisissant, pour tout η, $\varepsilon_n+\eta_n=|P_V\varepsilon_n|^{-2}.P_V\varepsilon_n$. Alors $\delta_n^2=r_n^2(1+r_n^2)^{-1}$ pour tout n et $\Sigma\delta_n^2=p$.

5. Lorsqu'on suppose $\Sigma r_n^2<+\infty$, si l'on *ajoute l'hypothèse que le système* $(\varepsilon_n+\eta_n)$ *soit* ON, on peut démontrer, en poussant l'analyse géométrique précédente, que *ce système est complet.* Ce dernier théorème a été énoncé et démontré antérieurement (²) par Mlle N. Bary, suivant une méthode analytique entièrement différente.

TOXICOLOGIE. — *Toxicité du D. D. T. pour les souris et les rats.* Note (*) de MM. **Edmond Sergent** et **Étienne Sergent.**

Le D. D. T. (dichloro-diphényl-trichloréthane), qui est un puissant insecticide, est considéré comme n'étant que faiblement toxique pour les Mammifères. Mais, en ce qui concerne les petits Rongeurs, souris et rats, les expériences qui ont été publiées jusqu'à présent ont été effectuées dans des conditions tout à fait artificielles : injection sous-cutanée, ou bien ingestion forcée avec une sonde, ou bien friction sur la peau tondue; des auteurs ont saupoudré de D. D. T. des locaux hantés par les rats, mais dans le seul but de détruire les ectoparasites de ces rongeurs, sans chercher à voir si la population murine était elle-même intoxiquée par le D. D. T.

Notre attention fut attirée naguère sur la question par une communication que nous avons reçue de Mme Woods, qui s'occupe, avec une grande sagacité, des problèmes d'hygiène rurale dans sa ferme algérienne. Mme Woods ayant

(²) *C. R. Acad. Sc. U.R.S.S.*, 37, 1942, p. 83.

(*) Séance du 2 août 1948.

répandu sur le sol une poudre contenant 50 % de D. D. T., pour détruire les blattes, s'aperçut qu'auprès des blattes mortes gisaient de nombreuses souris. Avec un sens expérimental très avisé, elle plaça de la poudre de D. D. T. sur le passage des souris, le long des murs et à l'entrée de leurs terriers. Elle constata alors une grande mortalité chez ces petits rongeurs. Elle vit même des souris « venir mourir au milieu des pièces, les pattes en l'air et agitées de mouvements saccadés ».

Nous avons alors instauré des expériences plaçant les rongeurs dans des conditions aussi conformes que possible à l'état de nature. Ils étaient simplement exposés à des contacts fugaces et fortuits avec la poudre de D. D. T., à des frôlements, comme ils pouvaient en avoir dans leur vie normale, en liberté. Les expériences ont été effectuées avec le néocidol de Geigy, contenant 5 % de produit actif.

Une première série d'expériences a porté sur des souris blanches de 20^g environ, des souris sauvages grises capturées dans la nature et des rats blancs de 90^g environ; une seconde série sur des rats gris d'égout de différents âges.

Dans les expériences sur les souris et sur les rats blancs, ces petits rongeurs, placés dans une cage, *lieu de repos*, sont obligés de se rendre, pour se nourrir, dans une autre cage où sont les aliments : le *lieu de réfection*. Pour aller d'une cage dans l'autre, les rongeurs passent par un tube de la dimension d'un boyau de terrier. C'est dans ce tube qu'est répandue la poudre de D. D. T. à laquelle les rongeurs, dans leur course, frayent leur passage.

Dans les expériences sur les rats d'égout, chacun d'eux, enfermé dans sa nasse de capture, bien pourvue de nourriture et de boisson, reçoit, de loin, du D. D. T. sur sa fourrure. Ils sont, de cette façon, poudrés comme ils pourraient l'être dans la nature, lorsque du D. D. T. a été déposé à l'intérieur et autour de l'orifice de leurs terriers, et qu'ils l'essuient en passant.

La quantité de poudre de D. D. T. épandue dans ces expériences est celle que l'on emploie communément pour la destruction des blattes. La durée et l'intimité du contact que peuvent avoir les rongeurs avec la poudre sont livrées au hasard des rencontres. Il est impossible d'évaluer la quantité de poudre qu'a pu toucher ou absorber chaque animal.

La faible odeur que dégage le néocidol n'exerce pas d'action répulsive sur les souris et les rats : lorsque le hasard les rapproche de la poudre, ils ne fuient aucunement son contact.

Dans les expérience ainsi conduites, un grand nombre de souris et de rats de pelage gris ou de pelage blanc, qui ont été exposés une ou plusieurs fois au risque du poudrement, furent empoisonnés par le D. D. T., et beaucoup mortellement (¹).

(¹) Les expériences relatées ici étaient achevées lorsque nous eûmes connaissance d'observations et d'essais faits en 1947 par le Dr Roger Meunier, Directeur des Services

Les symptômes caractéristiques sont des troubles nerveux qui ressemblent à ceux que l'on observe chez les insectes empoisonnés par le D. D. T. : vive excitation et surtout tremblement généralisé et ininterrompu du corps entier, avec des soubresauts fréquents et irréguliers, des mouvements incoordonnés, parfois des cris. Le tremblement, signe vraiment pathognomonique, apparaît dans les 24 heures qui suivent le moment où les rongeurs sont entrés en contact avec la poudre de D. T. T., souvent dès la sixième heure. Lorsque l'empoisonnement est mortel, la mort survient de 1 à 3 jours après le début de la trémulation, qui n'a jamais cessé.

Deux rates ont avorté dans les 24 heures qui suivirent le poudrement, sans avoir présenté les tremblements caractéristiques de l'intoxication.

A l'autopsie des rongeurs tués par le D.D.T., on note souvent, mais non pas toujours, une hémorragie intestinale.

Résultats observés sur les animaux poudrés :

Sur 32 souris blanches,	32	ont été intoxiquées,	30	succombent.
Sur 18 souris grises,	18	—	17	—
Sur 6 rats blancs,	6	— intoxiqués,	5	—
Sur 44 rats gris,	35	—	25	—

Chez les souris et chez les rats, la sensibilité est la même chez les animaux de robe blanche et ceux de robe grise. On peut, par conséquent, présenter des résultats globaux pour toutes les souris d'une part, et pour tous les rats d'autre part.

Sur 50 souris,	50	ont été intoxiquées,	47	succombent.
Sur 50 rats,	41	— intoxiqués,	30	—

Les souris ont donc été plus sensibles à l'empoisonnement par le D. D. T. que les rats.

Les expériences sur les rats ont donné lieu aux observations suivantes :

Sur 50 rats exposés au contact de la poudre de D. D. T. :

— 11 n'ont pas été intoxiqués par le premier poudrement;

— 2 parmi ces 11 ont été intoxiqués après le deuxième poudrement;

— les 9 autres n'ont pas été intoxiqués par 7 poudrements successifs.

Sur 10 rats qui ont été manifestement intoxiqués par le premier poudrement mais ont guéri, 8 ont résisté à plusieurs poudrements : certains à 7 poudrements successifs.

Certains rats possèdent donc une résistance innée à l'intoxication par le D. D. T. Peut-être cette résistance est-elle accrue, par une sorte de mithridatisation, chez quelques-uns qui ont résisté à plusieurs empoisonnements.

Sanitaires maritimes et aériens de l'Algérie. Le D[r] R. Meunier ayant remarqué une mortalité insolite chez des rats blancs gardés dans une pièce où avait été répandue une poudre contenant du D. D. T., fit des essais d'insufflation de D. D. T. sur 6 rats d'égout, qui succombèrent tous les six. (Inédit.)

En conclusion, ces expériences montrent qu'il y a lieu d'ajouter le poudrement par le D. D. T. aux procédés déjà employés de dératisation. La technique consiste à répandre de la poudre dans les trous de souris et à l'orifice des terriers de rats, ainsi que sur leurs terrains de parcours, et sous les abris où ils peuvent se réfugier. On peut aussi tirer parti de l'empressement qu'ont souris et rats à se loger dans les conduites et les canalisations, en mettant à leur disposition des fragments de tubes ou de tuyaux de diamètre convenable, dont on a saupoudré l'intérieur de D. D. T. Laisser toujours la poudre indéfiniment sur place, pour profiter de l'action rémanente du pouvoir toxique du D. D. T. Nous conseillons, pour éviter tout risque aux manipulateurs et aux habitants des locaux, de n'employer que des poudres à faible teneur en produit actif : 5 % de D. D. T. par exemple. Le poudrement détruira, en même temps que beaucoup de souris et nombre de rats, les blattes, puces, punaises, fourmis, lépismes, et autres vermines.

DÉSIGNATIONS.

Le Conseil d'administration de la **Brandeis University** invite l'Académie à se faire représenter à l'inauguration de cette Université et à l'installation de son Président, qui auront lieu à Waltham et Boston, Massachusetts, les 7 et 8 octobre 1948.

M. **Elmer Drew Merrill** est délégué.

PLIS CACHETÉS.

MM. **Hans Halban**, **Frédéric Joliot** et **Lew Kowarski** demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 30 octobre 1939 et enregistré sous le nº 11 620.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Sur la possibilité de produire dans un milieu uranifère des réactions nucléaires en chaîne illimitée.*

(Renvoi à la Section de physique générale.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1º *Anales del Hospital Varsovia* (Toulouse). Ano 1, nº 1.

2º Institut Géographique National. *France. Carte au* 20 000e. Édition en couleurs. *France. Plans au* 20 000e. Édition monochrome.

3° Id. Nivellement général de la France. *Réseaux de 1er, 2e et 3e ordres. État d'avancement du réseau de 4e ordre au 1er janvier* 1948.

4° Id. *Tableau I. Nouvelle triangulation de la France. État d'avancement au 1er janvier* 1948.

Il signale également un ouvrage dactylographié :

Dynamical Theory. Calculation of the Age of the Solar System as at Least 10,440 *Billion Years,* par M. T. J. J. See.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur les formes différentielles extérieures de degré* 2. Note (*) de M. **Charles Ehresmann** et Mlle **Paulette Libermann**, transmise par M. Élie Cartan.

Soit V_{2n} une variété n fois différentiable de dimension $2n$. Sur V_{2n} soit Ω une forme différentielle extérieure de degré 2, de rang $2n$ et $n-1$ fois différentiable. Localement Ω peut se mettre sous la forme

$$\omega_1 \wedge \varpi_1 + \omega_2 \wedge \varpi_2 + \ldots + \omega_n \wedge \varpi_n,$$

où ω_i et ϖ_i désignent $2n$ formes de Pfaff linéairement indépendantes. La forme Ω sera dite complètement intégrable s'il existe au moins une variété intégrale (1) de dimension n tangente à un élément de contact intégral (1) arbitraire de dimension n.

1. *Pour que Ω soit complètement intégrable, il faut et il suffit que tout élément intégral de Ω soit aussi élément intégral de* $D\Omega$ (2).

Cette condition est évidemment nécessaire, et dans le cas analytique elle est suffisante d'après la théorie de M. E. Cartan (3). Mais en vertu d'un théorème de Lepage et Papy (4), cette condition est équivalente à la suivante :

2. *Pour que Ω soit complètement intégrable, il faut et il suffit que* $D\Omega = \theta \wedge \Omega$.

Si cette condition est remplie, θ est une forme de Pfaff bien déterminée, d'après Lepage et Papy (4). Par différentiation extérieure on obtient $d\theta \wedge \Omega = 0$, ce qui entraîne $d\theta = 0$, si $n > 2$. Localement on peut donc poser $\theta = \lambda^{-1}\, d\lambda$,

---

(*) Séance du 9 août 1948.

(1) Par définition, la forme induite par Ω sur une variété intégrale ou un élément intégral est nulle.

(2) D est le symbole de différentiation extérieure.

(3) *Les systèmes différentiels extérieurs,* Paris, 1945.

(4) Th.-H. Lepage, *Sur certaines congruences de forme alternées* (*Bull. Soc. royale des Sciences de Liége*, 1946, p. 21-31); G. Papy, *Sur la divisibilité des formes alternées*, etc., (*idem*, 1947, *voir* p. 24, et le lemme p. 25).

λ étant une fonction numérique $n-1$ fois différentiable. On a alors $D(\lambda^{-1}\Omega)=0$. Donc $\Omega=\lambda\Omega_1$ avec $D\Omega_1=0$. Localement il existe une forme de Pfaff θ_1, telle que $\Omega_1=d\theta_1$. On pourra la mettre sous la forme canonique

$$\theta_1 = x_1\,dy_1 + x_2\,dy_2 + \ldots + x_n\,dy_n.$$

Au voisinage d'un point, où $d\lambda\neq 0$, on pourra prendre $y_1=\lambda$. D'où le résultat suivant :

3. *Pour $n>2$, toute forme Ω complètement intégrable, de rang $2n$ et $n-1$ fois différentiable, est localement équivalente à l'une des formes suivantes :*

a. $dx_1\wedge dy_1 + \ldots + dx_n\wedge dy_n$, *si* $D\Omega=0$ *en tout point.*

b. $y_1(dx_1\wedge dy_1 + \ldots + dx_n\wedge dy_n)$, *au voisinage d'un point où* $D\Omega\neq 0$.

Réciproquement toute forme équivalente à une des formes *a* et *b* est complètement intégrable, ce qui démontre la proposition 1 en supposant Ω simplement $n-1$ fois différentiable.

Le facteur intégrant local λ^{-1} est défini à un facteur constant près, ainsi que la forme Ω_1. Pour qu'il existe un facteur intégrant global, il faut et il suffit que θ soit homologue à 0; cette condition n'est pas toujours vérifiée. Tout homéomorphisme local qui laisse Ω invariant reproduit Ω_1 à un facteur constant près.

Pour $n=2$, une forme Ω de rang 4 et deux fois différentiable est toujours complètement intégrable, mais n'est pas toujours réductible à l'une des formes *a* et *b*. Il lui correspond encore une forme de Pfaff bien déterminée θ, définie par l'équation $D\Omega=\theta\wedge\Omega$. De plus on a $d\theta\wedge\Omega=0$. Les deux formes $d\theta$ et Ω peuvent être dites en involution ([5]). Dans le cas *général*, on pourra déterminer d'une façon *canonique* 4 formes de Pfaff ω_1, ω_2, ϖ_1, ϖ_2 telles qu'on ait

$$\begin{aligned}\Omega &= \omega_1\wedge\varpi_1 + \omega_2\wedge\varpi_2,\\ d\theta &= \lambda(\omega_1\wedge\varpi_1 - \omega_2\wedge\varpi_2),\\ \theta &= \varpi_1 + \varpi_2.\end{aligned}$$

Le problème d'équivalence pour Ω est ainsi ramené au problème d'équivalence pour un système de 4 formes de Pfaff, qui se résout facilement par les méthodes de M. E. Cartan. La méthode précédente, suivant une suggestion de M. Yen Chih-ta, peut s'étendre à une forme *générale* de degré 2 et de rang $2n$.

([5]) En chaque point leurs éléments intégraux forment deux complexes linéaires en involution.

THÉORIE DES GROUPES. — *Étude d'une classe de permutations.* Note (*) de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Louis de Broglie.

1° Soit à étudier la décomposition en cycles de la permutation P_n des n premiers nombres entiers définie par

$$(a)\qquad y = 2x - 1 \qquad (2x - 1 \leq n),$$
$$(b)\qquad y = 2(n + 1 - x) \qquad (2x - 1 > n).$$

Un cycle de P_n est d'un *type* défini par la succession des opérations a et b qu'il implique; une permutation circulaire sur ces opérations ne change pas le type. Un type est *pair* ou *impair* suivant que le nombre β des opérations b est pair ou impair. Il peut être commode de considérer qu'un cycle d'ordre σ répété λ fois ($\lambda > 1$) définit un type *non primitif* d'ordre $\lambda\sigma$, mais d'*ordre réel* σ; si on le considère comme d'ordre $\lambda\sigma$, le nombre total des opérations b étant $\lambda\beta$, ce type sera pair si $\lambda\beta$ est pair. Un type primitif est *naissant* pour $n = n_0$ s'il ne se retrouve pour aucun n inférieur à n_0.

1. Tous les cycles d'un même P_n sont de types différents.

2. Si un type est naissant pour $n = n_0$, l'ensemble des n pour lesquels il est réalisé est défini par

$$(1)\qquad n = n_0 + (2n_0 - 1)k \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots).$$

3. Tous les types pairs, primitifs ou non, d'ordre σ, sont réalisés en même temps pour $n = 2^{\sigma-1}$, à l'exclusion de tout autre type. Donc tous les types pairs ou impairs d'ordre σ sont réalisés pour $n = 2^{2\sigma-1}$.

4. Le type pair a (correspondant à l'élément invariant 1), et tous les types impairs, primitifs ou non, d'ordre σ, sont réalisés en même temps pour $n = 2^{\sigma-1} + 1$, à l'exclusion de tout autre type.

5. Pour qu'un élément x appartienne à un cycle de type naissant, il faut et il suffit que $x - 1$ soit premier avec $2n - 1$.

6. Tous les types naissants pour une même valeur de n sont des types primitifs du même ordre σ et de la même parité. On définit à la fois σ et la parité en cherchant le plus petit entier σ tel que

$$(2)\qquad 2^{\sigma-1} \equiv \varepsilon n \pmod{2n - 1}, \qquad [\varepsilon = \pm 1 = (-1)^\beta].$$

7. Tous les autres types des cycles de P_n sont des types, primitifs ou non, du même ordre σ et de la même parité que les types naissants.

8. Théorème fondamental. — *Cet ordre σ, réalisé par au moins un type, est le p. p. c. m. des ordres réels de tous les cycles, donc l'ordre du groupe des puissances de* P_n.

(*) Séance du 9 août 1948.

9. Corollaire de 5. — *La condition nécessaire et suffisante pour que, à part le cycle constitué par l'élément invariant* 1, P_n *ne contienne que des types naissants est que* $p = 2n - 1$ *soit premier* (*chaque type, rapporté à son ordre réel, est primitif, et le mot* naissant *ne donne lieu à aucune ambiguïté*).

10. Cette condition est suffisante pour que σ divise $n-1$; elle n'est pas nécessaire (ex. $n = 1024$, $p = 23 \times 89$, $\sigma = 11$).

11. Elle est nécessaire pour que $\sigma = n - 1$; elle n'est pas suffisante (ex. $n = 9$, 16, 21, 22, 45, 49, 55, 57, 69. De $n = 2$ à $n = 70$, $\sigma = n - 1$ est ainsi réalisé 24 fois, et non 33).

12. Une condition suffisante pour que $\sigma = n - 1$ est que $n - 1$ et $2n - 1$ soient tous les deux premiers; elle n'est pas nécessaire.

2° Supposons maintenant n impair ($n = 2q - 1$), et considérons la permutation Q_n définie par

$$(a) \qquad y = 2x - 1 \qquad (x \leq q),$$
$$(c) \qquad y = 2(x - q) \qquad (x > q),$$

formules qui peuvent s'écrire plus simplement

$$y \equiv 2x - 1 \pmod{n}.$$

Si x_σ est la $\sigma^{\text{ième}}$ transformée de x, on a

$$x_\sigma - 1 \equiv 2^\sigma (x - 1) \pmod{n},$$

et l'extension à Q_n du théorème fondamental relatif à P_n en résulte immédiatement [1]. La même remarque s'applique plus généralement à toutes les permutations définies par des formules de la forme

$$y - x_0 \equiv k(x - x_0) \pmod{n},$$

k et n étant supposés premiers entre eux; x_0 est un entier quelconque.

Les autres résultats relatifs à P_n s'étendent à Q_n avec les modifications suivantes : (1) est remplacé par $q = q_0 + (2q_0 - 1)k$. Il n'y a pas à distinguer des types pairs et des types impairs. Sauf le type c (qui serait seulement réalisé pour $n = 2q$), tous les types, primitifs ou non, d'ordre σ, sont réalisés pour $n = 2^\sigma - 1$. La formule (2) est remplacée par $2^\sigma \equiv 1 \pmod{n}$. Les énoncés 9 à 11 subsistent, en remplaçant n et $p = 2n - 1$ par q et $n = 2q - 1$.

Les démonstrations paraîtront dans un autre Recueil, avec quelques résultats sur une permutation dont la définition est moins simple que celle de P_n ou de Q_n, mais qui, pour $n = 2^p + 1$, a exactement les mêmes cycles que P_n; bien entendu, à l'intérieur de chaque cycle, la permutation est différente.

---

[1] La démonstration de ce théorème pour P_n résulte de même de la formule

$$x_\sigma - 1 \equiv \pm 2^\sigma (x - 1) \quad [\bmod (2n - 1)].$$

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur une propriété de synthèse spectrale dans les groupes non compacts.* Note (*) de M. **Laurent Schwartz**, transmise par M. Jacques Hadamard.

Notations. — X^n, Y^n seront deux groupes abéliens en dualité (notés additivement), isomorphes à l'espace réel à n dimensions R^n. Dans X^n, x a pour coordonnées $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$; $|x| = (x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2)^{1/2}$; l'élément de volume sera $dx = dx_1\, dx_2 \ldots dx_n$. Pour $x \in X^n$, $y \in Y^n$, on posera

$$x.y = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n.$$

Si $u(x)$ est une fonction complexe assez régulière sur X^n, sa transformée de Fourier est une fonction $v(y)$ sur Y^n, avec

$$v(y) = \int u(x) \exp.(-2i\pi x.y)\, dx, \qquad v = \mathcal{F}u,$$

$$u(x) = \int v(y) \exp.(+2i\pi x.y)\, dy, \qquad u = \overline{\mathcal{F}}v.$$

On peut étendre ces formules au cas où U et V sont des *distributions sphériques* (ou à croissance lente à l'infini) (1).

Position du problème. — Un ensemble de fonctions $f(x)$ sur X^n sera dit *invariant* s'il ne peut contenir une fonction $f(x)$ sans contenir aussi toutes ses translatées $f(x-h)$.

1° *Problème de M. N. Wiener.* — $\mathcal{A}^1$ étant un sous-espace vectoriel fermé invariant de l'espace de Banach L^1 des fonctions sommables sur X^n, son *co-spectre* A (2) est l'ensemble (nécessairement fermé) des points a de Y^n où s'annulent à la fois toutes les images de Fourier $\mathcal{F} f$ des fonctions $f \in \mathcal{A}^1$. M. N. Wiener a montré (3) que si A est vide, $\mathcal{A}^1 = L^1$.

Problème. — $\mathcal{A}^1$ est-il l'ensemble de toutes les fonctions $f \in L^1$ dont l'image $\mathcal{F} f$ s'annule sur A ?

2° *Problème de M. A. Beurling.* — $\mathcal{A}^\infty$ étant un sous-espace vectoriel fermé invariant de l'espace L^∞ des fonctions mesurables bornées sur X^n muni de la topologie faible (L^∞ dual de L^1), son *spectre* A (2) est l'ensemble (fermé) des points a de Y^n tels que l'exponentielle exp. $(2i\pi a x)$ appartienne à $\mathcal{A}^\infty$. M. Beurling a montré (4) que si A est vide, $\mathcal{A}^\infty = \{0\}$.

(*) Séance du 12 juillet 1948.

(1) Article à paraître prochainement aux Annales de la Faculté des Sciences de Grenoble : *Théorie des distributions et transformation de Fourier.*

(2) Le spectre ou co-spectre d'une fonction est celui du sous-espace fermé invariant qu'elle engendre.

(3) Wiener, *Tauberian theorems* (*Annals of Mathematics*, 33, 1932, p. 1 à 100).

(4) Beurling *Un théorème sur les fonctions uniformément bornées et continues sur l'axe réel* (*Acta Mathematica*, 77, 1945, p. 127-136). Le théorème démontré est plus fort que celui qui est indiqué ici.

Problème. — $\mathcal{A}^*$ est-il l'adhérence de l'ensemble des combinaisons linéaires des exponentielles définies par son spectre ? [5]

Ces deux problèmes sont équivalents (par dualité). La présente Note a pour but de montrer que la réponse est *négative* lorsque la dimension n de l'espace X^n est $\geqq 3$.

Démonstration par la théorie des distributions. — Soit μ la mesure définie dans Y^n par la répartition homogène d'une masse $+1$ sur la sphère S d'équation $|y|=1$. Appelons V la distribution dérivée partielle $\partial\mu/\partial y_1$ (couche sphérique de doublets).

V *ne peut pas être approchée par des mesures* V_j *portées par* S.

Sans quoi on devrait avoir, pour toute fonction $\psi(y)$ indéfiniment dérivable à support compact, $\lim V_j(\psi)=V(\psi)$; or si ψ s'annule sur S et si sa dérivée partielle $\partial\psi/\partial y_1$ est, sur S, partout $\geqq 0$ et en au moins un point >0, on a $V_j(\psi)=0$, pour toute mesure V_j portée par S, et $V(\psi)=\int(-\partial\psi/\partial y_1)\,d\mu(y)<0$.

La mesure μ est l'image de Fourier $\mathcal{F}m$ de la fonction $m(x)=\mathcal{F}\mu$

$$m(x)=\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{1}{\pi|x|}\right)^{\frac{n-2}{2}}J_{\frac{n-2}{2}}(2\pi|x|)\qquad (J=\text{fonction de Bessel}).$$

Alors $V=\mathcal{F}U$, $U(x)=-2i\pi x_1 m(x)$.

La fonction $U(x)$, continue, est bornée, donc $\in L^\infty$, si $n\geqq 3$. Car, pour $|x|$ infiniment grand, $J_{(n-2)/2}(2\pi|x|)=O\left(1/\sqrt{|x|}\right)$; $|m(x)|=O(1/|x|^{(n-1)/2})$ et $|U(x)|=O(1/|x|^{(n-3)/2})$. $U(x)$ a pour spectre le support S de son image de Fourier V; cependant elle ne peut pas être limite (dans l'espace des distributions sphériques sur X^n ni *a fortiori* dans L^∞) de fonctions U_j dont les images de Fourier V_j soient des mesures portées par S; elle n'est donc pas limite de combinaisons des exponentielles définies par son spectre. C. Q. F. D.

Démonstration élémentaire équivalente. — Dans L^1, appelons $\mathcal{B}^1$ l'espace vectoriel invariant des fonctions $\varphi(x)$ indéfiniment dérivables à support compact, dont l'image $\mathcal{F}\varphi=\psi(y)$ est nulle sur la sphère S de Y^n, et $\mathcal{C}^1$ le sous-espace invariant de $\mathcal{B}_1$ formé des fonctions φ pour lesquelles $\partial\psi/\partial y_1$ est nulle sur S. Les adhérences $\overline{\mathcal{B}^1}$ et $\overline{\mathcal{C}^1}$ de $\mathcal{B}^1$ et $\mathcal{C}^1$ ont pour co-spectre commun S. Cependant pour $n\geqq 3$, $\overline{\mathcal{B}^1}$ et $\overline{\mathcal{C}^1}$ sont distincts.

En effet, $U(x)$ étant la fonction définie plus haut, et $\varphi(x)\in\overline{\mathcal{B}^1}$, $\mathcal{F}\varphi=\psi$, on a

$$\int\varphi(x)U(-x)\,dx=\int[2i\pi x_1\varphi(x)]\,m(-x)\,dx=\int(-\partial\psi/\partial y_1)\,d\mu(y)$$

(égalité de Parseval).

---

[5] La réponse est affirmative si la frontière de A est dénombrable, comme me l'a indiqué M. Beurling dans une conversation particulière, ou comme il résulte d'un théorème de M. Ditkin, *Uchenye Zapiski Moskov Gos. Univ.* (*Mathematika*, 30, 1939, p. 83-130).

Or cette quantité est nulle si $\varphi \in \overline{\mathcal{C}^1}$, et < 0 pour des $\varphi \in \mathcal{B}^1$, telles que $\partial\psi/\partial y_1$ soit, sur S, partout ≥ 0 et, en au moins un point, > 0. C. Q. F. D.

Pour $n \leq 2$, $U(x)$ n'est plus bornée, $\overline{\mathcal{B}^1}$ et $\overline{\mathcal{C}^1}$ sont identiques. Il est probable que la réponse aux questions posées devient affirmative.

Les distributions permettent une théorie achevée d'analyse et synthèse spectrales que je publierai prochainement.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur le couple exercé par un champ magnétique sur un moment magnétique*. Note de M. **Émile Bryliński**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans la théorie des masses magnétiques un moment magnétique $\mathcal{N}$ placé dans un champ magnétique uniforme $\mathcal{H}$ subit un couple de moment

$$(1) \qquad \mathcal{M} = \mathcal{H}\mathcal{N} \sin\alpha.$$

Mais il n'existe pas de masses magnétiques dans la réalité, de sorte que la validité de la formule précédente est incertaine.

Dans la théorie d'Ampère, où les courants électriques sont les seules sources de magnétisme, le moment magnétique d'un courant i plan enserrant une surface S est égal à Si. Pour en déduire la conséquence, envisageons le cas simple d'un circuit rectangulaire indéformable, dont les côtés a sont horizontaux et les côtés b verticaux, parcouru par un courant i et placé dans un champ d'induction magnétique $\mathcal{B}$ horizontale, faisant un angle α avec la normale ou plan du circuit.

De la loi fondamentale

$$(2) \qquad f = \mathcal{B} \wedge idl,$$

donnant la force à laquelle est soumis l'élément de courant idl, qui peut être considérée comme définissant l'induction magnétique, il résulte que les côtés a seront soumis à des forces verticales égales et opposées qui s'annulent, alors que les côtés b seront soumis à des forces horizontales perpendiculaires à $\mathcal{B}$, égales et opposées.

$$(3) \qquad f = \mathcal{B}bi.$$

Ces forces constituent un couple dont le moment est

$$(4) \qquad \mathcal{M} = \mathcal{B}abi \sin\alpha = \mathcal{B}\mathcal{S}i \sin\alpha.$$

Par conséquent, dans cette théorie, l'équation (1) doit être remplacée par

$$(5) \qquad \mathcal{M} = \mathcal{B}\mathcal{N} \sin\alpha.$$

Mais la théorie d'Ampère est écrite dans le système électromagnétique (EM) absolu, de sorte que la formule (5) pourrait n'être pas valable dans tout autre système.

De la loi élémentaire de Biot et Laplace

(6) $$\mathcal{H} = \frac{i\,dl \sin\alpha}{r^2},$$

qui peut être considérée comme définissant le champ magnétique on déduit que, si Ω est l'angle solide sous lequel on voit d'un point de l'espace la face positive d'un courant i, le potentiel magnétique créé en ce point par le courant est égal à $i\Omega$.

Or Ampère a assimilé au point de vue des effets magnétiques un courant i à un feuillet magnétique de même contour, de puissance $\mathfrak{T}$, donc de moment magnétique $\mathfrak{T}\mathcal{S}$, dont le potentiel magnétique est, au point considéré, dans tout système non EM, égal à

$$\frac{\mathfrak{T}\Omega}{\mu_0} = \frac{\mathfrak{M}\Omega}{\mu_0 S}.$$

Il résulte de là que l'on a, dans un système non EM

(7) $$\mathfrak{M} = \mu_0 S i,$$

au lieu de Si.

Comme, d'autre part,

(8) $$\mathcal{B} = \mu_0(\mathcal{H} + 4\pi\mathcal{J}),$$

l'équation (4) devient

(9) $$\mathfrak{M} = (\mathcal{H} + 4\pi\mathcal{J})\,\mu_0 S i \sin\alpha = (\mathcal{H} + 4\pi\mathcal{J})\,\mathfrak{M} \sin\alpha.$$

Ce résultat valide la formule (1) s'il demeure bien entendu que le champ magnétique intervenant dans cette formule n'est pas le champ magnétisant, indépendant de la nature du milieu, produit par les courants qui créent le champ magnétique, mais le champ résultant qui tient compte de la réaction de la matière constituant le milieu. *Dans le système* EM ce champ résultant est précisément l'induction magnétique, ce qui justifie la formule (5) dans ce cas.

Cette formule est également applicable dans le système de Gauss.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Surfaces des montmorillonites activées par traitement acide.* Note (*) de M. STANISLAS TEICHNER, transmise par M. Paul Pascal.

On sait que le traitement à l'ébullition de la montmorillonite par l'acide sulfurique à 30 % durant un temps limité enlève une fraction plus ou moins importante des cations Al, Mg et Fe de cette terre. Si l'attaque n'est pas trop prolongée, la structure initiale est sensiblement conservée. D'après l'hypothèse

(*) Séance du 9 août 1948.

de M. Mathieu et J. Mering [1], le départ d'ions métalliques et, éventuellement, d'eau créerait des lacunes dans les feuillets de la montmorillonite. Pour tenter de vérifier cette hypothèse, nous avons examiné deux échantillons activés de montmorillonite dont les caractéristiques sont les suivantes :

Échantillon.	Durée de l'attaque acide	Teneur en ions Al, Mg, Fe.	Grandeur de la maille.
Terre naturelle..............	0	100 %	711 g.
» activée n° 100.........	2 h.	46	555
» activée n° 101.........	4 h.	29	505

Les terres activées ont été tout d'abord neutralisées par une quantité de soude calculée d'après leur capacité d'échange. Nous avons ensuite déterminé leur eau de constitution à l'aide de la méthode de traitement par le vide précédemment décrite [2]. Les surfaces ont été mesurées par adsorption d'azote à — 195° et de butane normal à 0°.

Les différents traitements et les résultats correspondants figurent au tableau ci-dessous :

				Surfaces				Isothermes	
				azote		butane			
Produit examiné.	T.	*n*.	*n'*.	m²/g.	m²/maille.	m²/g.	m²/maille.	azote.	butane.
1-terre activée n° 100......	20°	2,4	4	175	97.000	108	60.000	type II	type IV
2-terre activée n° 100......	180	2,4	0	212	118.000	83	46.000	type II	type IV
3-terre activée n° 100......	450	2,1	0	157	87.000	81	45.000	type II	type II
4-produit 3 réhydraté	180	2,4	0	166	92.000	83	46.000	type II	type II
5-terre activée n° 101......	20	1,9	4	162	82.000	91	46.000	type II	type II
6-terre activée n° 101......	180	1,9	0	183	92.000	89	45.000	type II	type IV
7-terre activée n° 101......	450	0,7	0	144	73.000	67	34.000	type II	type II
8-produit 7 réhydraté	180	–	0	151	76.000	106	54.000	type II	type IV
9-terre naturelle..........	180	4,0	0	87	62.000	34	25.000	type II	type IV

Dans ce tableau sont donnés : la température T du traitement préalable sous vide qui est poursuivi jusqu'à obtention d'un poids constant, sauf à 450° où il ne dure que 24 heures, le nombre *n* de groupements hydroxyles par maille et le nombre *n'* de molécules d'eau que le traitement à 20° laisse subsister en excédent, nombre rapporté à celui des ions sodium échangeables. Les surfaces sont données en mètres carrés par gramme de terre calcinée à 900° dans l'air et en mètres carrés par molécule-maille. Les deux dernières colonnes donnent le type de l'isotherme dans la classification de Brunauer [3].

Les résultats précédents montrent clairement que le traitement acide enlève

---

(1) Communication personnelle des auteurs. *Voir* aussi M. Mathieu, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, **1**, 1947, p. 14.

(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1337; **227**, 1948, p. 392.

(3) *Adsorption of Gases and Vapors*, V, I, p. 150, Oxford University Press, 1944.

une fraction importante de l'eau de constitution. Il en est de même pour le chauffage à 450°, ainsi que nous l'avions déjà observé avec la montmorillonite naturelle.

Si pour tous les échantillons examinés, les isothermes d'adsorption d'azote ont la forme en S du type (II), certaines de celles obtenues avec le butane présentent un second point d'inflexion à des pressions relatives supérieures à 0,5, ce qui caractérise l'adsorption avec condensation capillaire [isothermes du type (IV)]. Ces courbes ressemblent beaucoup à celles obtenues par Emmett et Cinnes [4] pour l'adsorption d'argon, d'azote et de butane sur un verre poreux dont les pores ont un rayon assez uniforme. Nos résultats semblent donc indiquer que le traitement activant de la montmorillonite crée dans les feuillets des lacunes accessibles aux molécules de butane. Selon la méthode indiquée par Emmett et Cinnes, les isothermes permettent de caractériser les dimensions moyennes de ces pores par une longueur z qui représente la distance entre deux plans parallèles ou le rayon de cavités cylindriques. Pour les deux terres activées, z a été trouvé égal à 10 Å.

Les terres activées désorbées à 20° (échantillons n° 1 et 5) gardent une certaine quantité d'eau en plus des groupements hydroxyles de constitution. La seconde inflexion de l'isotherme du butane est alors plus atténuée et elle disparaît même dans le cas de la terre n° 101. Le phénomène de condensation capillaire n'a donc plus lieu et il semble logique de penser que l'excès d'eau interdit alors au butane l'accès des pores.

L'isotherme d'adsorption du butane sur l'échantillon n° 6 présente un troisième point d'inflexion et, aux fortes pressions relatives, le volume adsorbé croît très rapidement. Cela signifie que l'adsorption multimoléculaire peut se poursuivre ailleurs que dans les lacunes caractérisées par la valeur de z.

La comparaison des surfaces des terres n°s 100 et 101 ainsi que la forme des isothermes obtenues avec le butane montrent qu'il existe un temps optimum d'activation. Si ce temps est dépassé, la surface diminue et la structure poreuse est détruite. Le traitement sous vide à 450° a un effet analogue.

La réhydratation des deux terres actives entraîne une légère augmentation de la surface, mais, pour la terre n° 101, elle fait de plus réapparaître la structure lacunaire.

---

(4) *Journ. Phys. Coll. Chem.*, 51, 1947, p. 1248.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la condensation des ions basiques dans l'hydrolyse des sels de plomb*. Note (*) de MM. **Max Geloso** et **Jacques Faucherre**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une précédente communication ([1]) nous avons montré que l'hydrolyse du nitrate de plomb conduit, selon les concentrations initiales c en ions Pb^{++}, aux deux équilibres

$$Pb^{++} + H_2O \rightleftharpoons \{PbOH\}^{+} + H^{+}.$$
$$4Pb^{++} + 4H_2O \rightleftharpoons \{Pb\overset{++++}{OH}\}_4 + 4H^{+}.$$

Ces équilibres obéissent aux relations

(1) $$\frac{[\{PbOH\}^{+}][H^{+}]}{[Pb^{++}]} = k_1, \qquad (2) \quad \frac{[\{Pb\overset{++++}{OH}\}_4][H^{+}]^4}{[Pb^{++}]^4} = k_2,$$

où les quantités entre crochets représentent les activités des ions. Ces activités peuvent être remplacées par les concentrations lorsqu'on opère en solutions de force ionique constante, ce qui a été réalisé au cours de nos expériences. Les relations fournissent alors les constantes *apparentes* de l'hydrolyse aux forces ioniques μ considérées.

Pour calculer ces constantes, il faut ajouter à (1) et (2) les relations

(3) $$c = [Pb^{++}] + [\{PbOH\}^{+}] + 4[\{Pb\overset{++++}{OH}\}_4];$$

(4) $$[H^{+}] = [\{PbOH^{+}\}] + 4[\{Pb\overset{++++}{OH}\}_4].$$

De ce système de quatre équations, on tire, en négligeant $[H^{+}]$ devant c,

(5) $$[H^{+}] = K_1 \frac{c}{[H^{+}]} + 4K_2 \frac{c^4}{[H^{+}]^4},$$

c et $[H^{+}]$ se déduisent des droites expérimentales publiées dans la Note précédente ([1]), d'où

$$K_1 = 2,18.10^{-9}, \qquad K_2 = 1,78.10^{-19} \qquad \text{pour} \quad \mu \approx 0,6,$$
$$K'_1 = 4,3.10^{-9}, \qquad K'_2 = 8,9.10^{-19} \qquad \text{pour} \quad \mu \approx 0,06.$$

Il faut souligner que les valeurs des constantes sont peu influencées par une variation même importante de la force ionique. D'ailleurs Pedersen ([2]) qui a opéré en l'absence de tout électrolyte, trouve des résultats qui se rapprochent très sensiblement des valeurs obtenues à $\mu = 0,06$.

Connaissant les constantes, il devient possible de construire la courbe $pH = f(\log V)$ correspondant à l'équation (5). Les points calculés et expéri-

---

(*) Séance du 26 juillet 1948.

([1]) M. Geloso et J. Faucherre, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 200.

([2]) K. J. Pedersen, *D. Kgl. Danske*, Vid. S., XXII, 1945, p. 10.

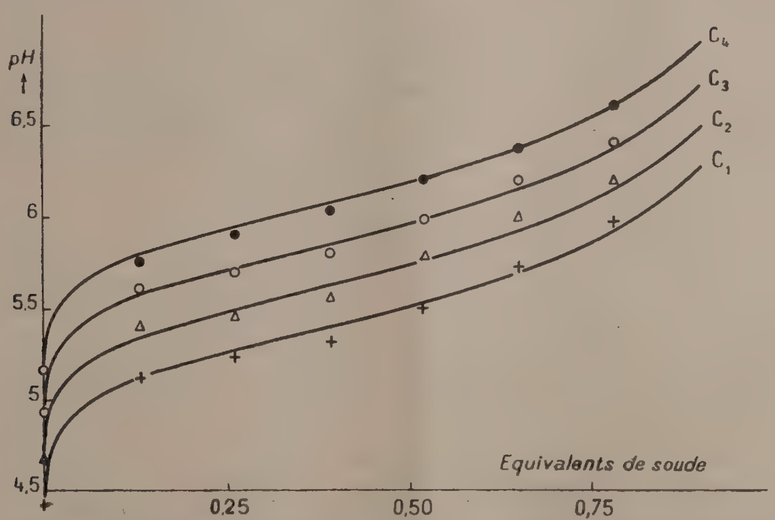
mentaux se rapprochent de façon très satisfaisante comme en témoignent quelques chiffres que nous extrayons d'un tableau d'ensemble ($\mu \approx 0,6$)

	c	2.10^{-1}.	1.10^{-1}.	2.10^{-2}.	1.10^{-2}.	$2,5.10^{-3}$.	1.10^{-3}.	5.10^{-4}.
pH	calculés	4,17	4,42	5,00	5,25	5,64	5,82	5,96
pH	trouvés	4,17	4,42	4,96	5,18	5,59	5,81	5,97

On peut calculer en outre les rapports entre la proportion d'ions Pb^{++} transformés, soit en ions *mono*, soit en ions *tétra*

$$\frac{Pb^{++} \rightarrow \text{tétra}}{Pb^{++} \rightarrow \text{mono}} = 4\frac{K_2}{K_1}\frac{c^3}{[H^+]^3}.$$

Ce rapport, très voisin de 1 pour les solutions de concentration initiale 10^{-2} ($\mu \approx 0,6$), augmente avec la concentration et devient voisin de 10 pour $c = 2.10^{-1}$. Pour les solutions diluées, au contraire, il diminue, atteint la valeur 0,03 pour $c \approx 5.10^{-4}$.



Courbes de neutralisation théoriques du nitrate de plomb à différentes dilutions, calculées à partir de la constante d'hydrolyse $K_2 = 1,78.10^{-10}$.

+ pH expérimentaux obtenus au cours de la neutralisation du perchlorate de plomb pour $c_1 = 1.10^{-1}$.
△ » » » » » » » $c_2 = 5.10^{-2}$.
○ » » » » » » » $c_3 = 2,5.10^{-2}$.
● » » » » » » » $c_4 = 1,25.10^{-2}$.

Les relations (1) et (2) permettent enfin d'établir la courbe de neutralisation d'un sel de plomb par un alcali sous la réserve que l'anion n'entre pas dans le complexe. On a comparé, sur la figure, les calculs théoriques déduits de la constante d'hydrolyse K_2 du *nitrate* de plomb et les résultats expérimentaux [3] obtenus par addition de soude à des solutions de *perchlorate* de plomb. La concordance très remarquable entre les points, quel que soit l'anion, est un argument de plus en faveur de l'existence des ions tétra condensés.

[3] R. Schaal et J. Faucherre, *Bull. Soc. Chim.*, 9-10, 1947, p. 927.

MÉTALLURGIE. — *Sur l'influence de faibles traces d'impuretés et de l'écrouissage sur la variation des propriétés mécaniques de l'aluminium au cours de sa recristallisation.* Note (*) de MM. **Henri Chossat**, **Michel Mouflard**, **Paul Lacombe** et **Georges Chaudron**, transmise par M. Albert Portevin.

On sait que la température de recristallisation d'un métal dépend de sa teneur en impuretés. Nous nous proposons de montrer le rôle prépondérant des traces ultimes dans le cas de l'aluminium et celui du taux d'écrouissage imposé au métal avant le traitement thermique.

Nous avons dans cette étude cherché à préciser l'importance respective de ces deux facteurs :

Nous avons étudié deux aluminiums raffinés par double électrolyse et titrant respectivement 99,990 et 99,998. On remarquera qu'il s'agit de valeurs obtenues par différence en dosant colorimétriquement le fer, le silicium, le cuivre et le zinc (l'ordre de grandeur est vérifié par spectrographie semi-quantitative).

Nous avons mesuré, d'une part, les propriétés mécaniques sur des micro-éprouvettes au moyen de la micromachine Chevenard à enregistrement photographique, et, d'autre part, la dureté avec une bille de $2^{mm},5$ de diamètre, chargée à 10^{kg}. Les éprouvettes étaient prélevées dans le métal écroui par laminage, puis recuites à différentes températures pendant 30 minutes (essais isochrones).

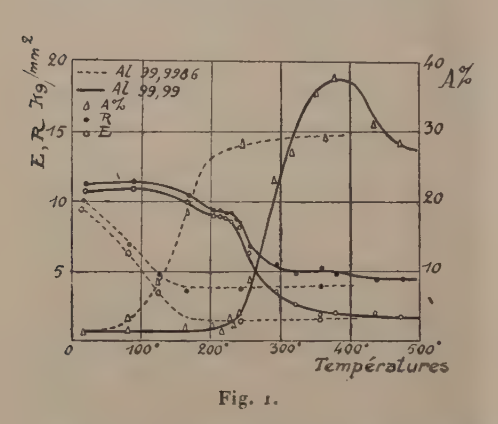


Fig. 1.

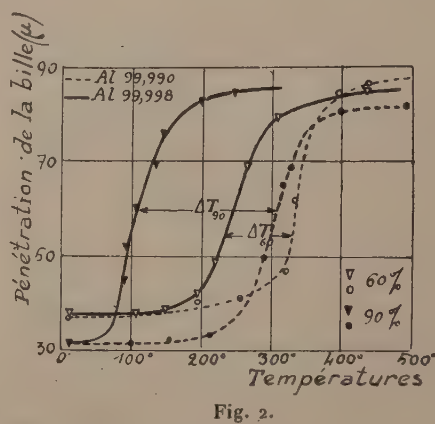


Fig. 2.

Fig. 1. — Comparaison des propriétés mécaniques E, R et A % pour deux aluminiums raffinés en fonction de la température pour un écrouissage de 95 %.

Fig. 2. — La différence de température de recristallisation ΔT entre les deux aluminiums raffinés est d'autant plus élevée que l'écrouissage est plus grand.

La figure 1 représente les variations des caractéristiques mécaniques dans le cas du métal écroui préalablement à 95 %. On constate que les températures définissant le début ou la fin de la recristallisation sont très différentes pour les deux échantillons d'aluminium, bien que leur teneur en impuretés ne diffère que de quelques millièmes pour cent. Dans le cas de l'aluminium 99,998, les

(*) Séance du 19 juillet 1948.

courbes nous indiquent que ce métal recristallise dès la température ordinaire, comme Calvet, Trillat et Païc l'avaient observé par rayons X sur un échantillon de pureté équivalente (¹). On remarquera au contraire que les additions de 0,1 % d'impuretés à l'aluminium 99,99 % ne modifient pas sensiblement sa température de recristallisation.

D'autre part, nous avons précisé l'influence du taux d'écrouissage sur la température de recristallisation. Ce facteur joue un rôle d'autant plus important que le métal a un degré de pureté plus élevé. Au fur et à mesure que le taux d'écrouissage croît, l'écart entre les températures de recristallisation des deux aluminiums augmente. La figure 2 résume ces expériences. Les différentes courbes indiquent la variation de la dureté en fonction de la température de recuit pour des taux d'écrouissage de 60 et 90 %. On a donc une méthode très sensible pour distinguer deux aluminiums de pureté comparable, à condition de suivre la recristallisation sur des échantillons très fortement écrouis.

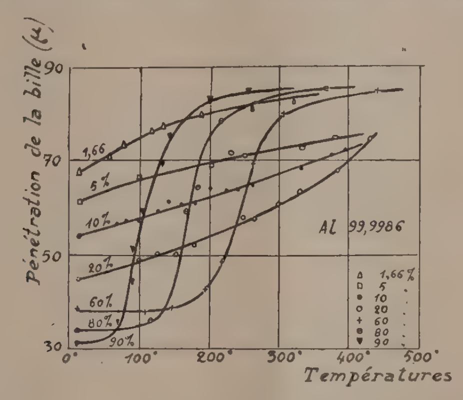


Fig. 3. — Variation de la température de recristallisation de l'aluminium à 99,998 % en fonction du taux d'écrouissage.

On peut même constater que la courbe de recristallisation dans le cas de l'aluminium le plus pur a une allure qui varie fortement avec le taux d'écrouissage. Pour les plus fortes valeurs, de 60 à 90 %, du taux d'écrouissage on observe aucune variation de dureté, avant d'atteindre le début de la température de recristallisation. Au contraire pour les écrouissages plus faibles (*fig.* 3), il se produit une variation progressive de la dureté dès les plus basses températures de recuit. On peut donc en conclure que les processus de recristallisation doivent être très différents suivant qu'il s'agit d'un métal fortement ou légèrement écroui.

L'ensemble de ces essais mécaniques, controlés par l'examen simultané de la structure micrographique, nous a montré que seul le recuit isotherme permet d'isoler le phénomène de restauration. Nous nous proposons d'indiquer ces résultats dans une prochaine publication.

(¹) *Comptes rendus*, **221**, 1935, p. 426.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Une méthode rapide de dosage du potassium dans les engrais.* Note de M. **Georges Lejeune**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le dosage du potassium par la méthode classique est longue et nécessite toute une série d'opérations pour éliminer les éléments qui peuvent interférer avec le perchlorate de potassium.

Une méthode rapide, permettant d'obtenir le taux de potassium à 2 % près en valeur absolue, sans effectuer la séparation préalable des éléments présents, sodium, magnésium, ammonium, sulfate, chlorure, peut être obtenue en appliquant le principe de dosage proposé par Steig et Nieman pour le dosage des acides aminés.

Elle consiste à précipiter un sel peu soluble par des quantités variables de réactif dans un même volume total de solution, la quantité du corps à doser étant la même dans tous les cas.

Pour que la méthode s'applique au dosage du potassium, il faut éviter deux écueils, la sursaturation du perchlorate de potassium et la coprécipitation de substances étrangères.

Ce but est obtenu par une addition d'alcool à la solution aqueuse, suffisante pour diminuer la solubilité du perchlorate, mais insuffisante pour amener la cristallisation de substances, telles que le sulfate de sodium qui peut se former par double décomposition. En présence d'ion ammonium, la coprécipitation n'est évitée que par addition préalable d'un peu de formol.

Lorsque l'on précipite du perchlorate de potassium, il en reste en solution une certaine quantité sous forme ionisée et ces ions, pour une température déterminée, ont un produit de solubilité défini

$$(\text{Conc. } ClO_4^-)\,(\text{Conc. } K^+) = k.$$

Il n'est pas nécessaire de connaître cette constante, car si, à la même température, on effectue la précipitation dans deux solutions de même volume total, contenant la même quantité d'ion à doser mais avec des quantités différentes d'ion précipitant, on a

$$k = \underset{C_1}{(\text{Conc. } ClO_4^-)}\,\underset{C_1'}{(\text{Conc. } K^+)} = \underset{C_2}{(\text{Conc. } ClO_4^-)}\,\underset{C_2'}{(\text{Conc. } K^+)}$$

Connaissant les poids de perchlorate précipités dans les expériences (1) et (2); P_1 et P_2 ainsi que la quantité d'ion perchlorate (X_1 et X_2) mis en jeu dans chaque cas, on peut par le calcul en déduire la quantité totale Y d'ion potassium mis en jeu; on trouve

$$(1) \qquad Y = 0{,}282\,\frac{P_1(X_1 - 0{,}718P_1) - P_2(X_2 - 0{,}718P_2)}{X_1 - X_2 - 0{,}718(P_1 - P_2)}.$$

En effet on avait avant précipitation dans les solutions

$$Y.K^{+} \text{ et } X_1.ClO_4^{-} \quad \text{et} \quad Y.K^{+} \text{ et } X_2.ClO_4^{-}$$

il s'est précipité

$$P_1 = 0,282\,P_1.K^{+} + 0,718\,P_1.ClO_4^{-},$$
$$P_2 = 0,282\,P_2.K^{+} + 0,718\,P_2.ClO_4^{-}.$$

On en déduit les quantités restées en solution qui interviennent dans le produit de solubilité

$$(X_1 - 0,718\,P_1)\,(Y - 0,282\,P_1) = (X_2 - 0,718\,P_2)\,(Y - 0,282\,P_2)$$

et il en résulte la relation (1).

L'équation précédente se simplifie si l'on utilise à chaque essai une quantité judicieusement choisie de réactif :

Si nous prenons $X_1 = 2^g$ et $X_2 = 1^g$, la formule devient :

(2) $$Y = 0,282\,\frac{P_1 + (P_1 - P_2)[1 - 0,718\,(P_1 + P_2)]}{1 - 0,718\,(P_1 - P_2)}.$$

De plus si la quantité de potassium en solution est telle que les précipités soient de l'ordre de $0^g,200$, la différence entre P_1 et P_2 est de l'ordre de $0^g,030$; un calcul d'erreur montre que l'on peut avoir le résultat à 2 % près en appliquant la formule

(3) $$Y = 0,282\,[P_1 + (P_1 - P_2)] = 0,282\,(2P_1 - P_2).$$

Cette relation (3) équivaut à supposer que la précipitation n'a pas modifié sensiblement le rapport des concentrations en ions perchloriques relativement à ce qu'il était initialement. Il est d'ailleurs loisible d'appliquer la relation (2).

Le mode opératoire utilisé est le suivant :

Dissoudre 10^g de substance dans 1000^{cm^3} d'eau (prendre 20^g si l'on a un engrais à faible teneur en potasse) et filtrer la solution si c'est nécessaire. Mettre dans deux béchers de 50^{cm^3}, 20^{cm^3} de la solution à analyser puis 20^{cm^3} de solution précipitante. Agiter puis laisser reposer une heure au bain d'eau pour que les deux solutions aient la même température. Filtrer le précipité de perchlorate sur creuset de verre filtrant préalablement taré en s'aidant de la trompe à vide. Laver et rincer deux fois avec 2^{cm^3} d'alcool à 90°. Sécher 30 minutes à 105°; laisser refroidir et peser.

En présence d'ammoniaque ajouter 5^{cm^3} de formol commercial aux 20^{cm^3} de solution à analyser avant d'ajouter la solution de perchlorate, puis continuer comme précédemment.

Nota. — Pour préparer les solutions précipitantes contenant respectivement 2^g et 1^g d'ion perchlorate dans 20^{cm^3}, dissoudre 280 et 140^g de perchlorate de sodium cristallisé $ClO_4Na + OH_2$ dans une solution contenant 800^{cm^3} d'alcool à 95° et 200^{cm^3} d'eau et amener à 1000^{cm^3}.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une théorie de la catalyse homogène en chimie organique*. Note (*) de MM. **René Jacquemain** et **Jean Berger**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans les réactions de la chimie organique qui s'effectuent pour la plupart des cas en phase liquide, il est difficile de ne pas tenir compte de l'interaction des molécules qui, apparemment n'interviennent pas, mais qui constituent le milieu réactionnel. Ceci nous a ainsi amenés à envisager l'action des dipôles dont les porteurs pourraient entrer en association moléculaire avec les molécules réagissantes.

Nous supposons comme T. M. Lowry ([1]) que l'activation des molécules organiques consiste en leur ionisation, mais, alors que pour cet auteur, seules les molécules hétéropolaires ont une action catalytique, nous supposons que cette activation peut être provoquée ou facilitée par l'action des molécules polaires en général. Nous admettons enfin qu'une molécule déjà activée peut perdre son ionisation sous l'influence du champ électrique d'une molécule polaire. Elles peuvent donc se présenter, selon les conditions expérimentales, comme catalyseurs positifs ou négatifs, on peut les appeler catalyseurs directs.

Il est nécessaire d'envisager une deuxième catégorie de substances susceptibles de modifier la concentration ou la polarité des molécules catalyseurs. Nous les appelons : catalyseurs indirects.

Parmi ceux-ci, nous rangeons les substances colloïdales qui, par adsorption, peuvent changer la concentration du catalyseur, les molécules polarisables qui peuvent agir sur sa polarité et enfin les espèces chimiques de la première catégorie. Les molécules polaires peuvent en effet s'associer entre elles pour former des complexes à polarité différente de celle des molécules constituantes. Cela est vrai aussi pour des molécules polaires de même espèce chimique et cela nous permet de prévoir l'influence que la concentration de ces substances peut jouer dans la catalyse.

Influence de la concentration. — A concentration faible par rapport à celle des substances réagissantes, les molécules polaires ne formeront pratiquement d'associations moléculaires qu'avec ces dernières. Dans de telles conditions, elles se présenteront généralement comme catalyseurs positifs. A des concentrations plus élevées, les molécules polaires pourront s'associer entre elles en formant par exemple des complexes à polarité nulle, annulant ainsi l'activité catalytique positive. En supposant que les forces associatives sont d'origine électrostatique, elles pourront se dissocier sous l'action du champ électrique d'une molécule activée donc ionisée, elles pourront la désactiver, donc ces complexes électriquement neutres seront des catalyseurs négatifs.

(*) Séance du 2 août 1948.

([1]) *Bull. Soc. Chim.*, (4e série), 35, 1924, p. 815.

Cette hypothèse sur l'influence de la concentration donne une explication satisfaisante de la propriété des phénols, substances éminemment associables et constituant la classe type des anti-oxygènes, alors qu'il semble qu'on puisse déduire des travaux de certains auteurs qu'à de très faibles concentrations ils agissent comme prooxygènes. Entre les cas extrêmes : *a*. association molécules réagissantes, molécules polaires, et *b*. association se faisant uniquement entre les molécules catalysantes, il y aura équilibre entre ces deux formes de complexes, équilibre qui sera soumis évidemment à l'influence de la concentration et de la température.

En ce qui concerne plus spécialement l'influence de la température, nous indiquerons plus loin et dans une Note ultérieure, sur la fixation de l'oxygène par les diènes, qu'elle provoque la même inversion de la catalyse.

On doit donc admettre pour chaque température une concentration où l'activité catalytique change de signe, nous l'appellerons concentration isocatalytique. De même la température où, pour une concentration donnée de molécules polaires, leurs activités s'inversent, sera nommée température isocatalytique. Il est à remarquer qu'une température suffisamment élevée dissociera finalement toutes les associations et l'activité catalytique des molécules polaires à de telles températures dépendra de l'ordre de la réaction, la durée de choc intervenant. Il résulte de nos expériences que les dérivés oxygénés des hydrocarbures aromatiques empêchent la polymérisation des huiles siccatives à la température ordinaire, tandis que vers 300°, ils la favorisent dans le cas de l'huile de lin et sont presque sans action dans le cas de l'huile de bois de Chine (il y aurait même plutôt catalyse négative). L'explication la plus vraisemblable est qu'ils peuvent provoquer l'isomérisation de l'acide linoléique et linolénique en acides à systèmes de doubles liaisons conjuguées (réactions mono-moléculaires), mais ils seront sans action sur la réaction diénique de polymérisation (réactions bimoléculaires).

Dans une prochaine Note nous tenterons d'expliquer à la lumière de cette théorie le phénomène de la fixation autocatalytique de l'oxygène par les diènes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les deux α.α-diphénylbutanoloïques isomères et les olides correspondants*. Note(*) de M. **François Salmon-Legagneur**, transmise par M. Marcel Delépine.

Poursuivant mes recherches sur l'acide α.α-diphénylsuccinique et ses dérivés ([1]), il m'a paru intéressant de tenter la réduction des deux types d'esters acides α.α-diphénylsucciniques pour préparer les deux α.α-diphénylbutanolides isomères I (ou β-olide) et II (ou α-olide) ainsi que les acides-

---

(*) Séance du 2 août 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p 1057 et **218**, 1944, p. 681.

alcools correspondants et de comparer ensuite les deux couples de produits obtenus au point de vue stabilité et facilité de formation du cycle lactonique:

$$\begin{array}{c}(C_6H_5)_2C\text{——}CO_2H\\ |\\ CH_2\text{—}CO_2R\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}(C_6H_5)_2C \quad CO\\ \square\!\!>O\\ CH_2 \; CH_2\end{array};\quad \begin{array}{c}(C_6H_5)_2C\text{——}CO_2R\\ |\\ CH_2\text{—}CO_2H\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}(C_6H_5)_2C \quad CH_2\\ \square\!\!>O\\ CH_2 \; CO\end{array}$$

α-acide β-ester — β-olide (I) — β-acide α-ester — α-olide (II)

Les deux olides (I) et (II) ont pu être isolés de cette façon sans grandes difficultés en utilisant la réduction par le sodium et l'alcool (méthode de Bouveault et Blanc). D'ailleurs, contrairement à ce que l'on pouvait redouter dans la réduction du β-acide α-ester, l'effet stérique n'a pas joué sensiblement et les rendements obtenus ont été très acceptables.

Ainsi la réduction du β-ester éthylique α.α-diphénylsuccinique a donné le β-olide (I), $C_{16}H_{14}O_2$, F 78-79°, avec un rendement de 65 % en produit brut et celle de l'α-ester méthylique α.α-diphénylsuccinique l'α-olide (II), $C_{16}H_{14}O_2$, F 109-110°, avec un rendement moyen de 45 % en produit brut. Encore faut-il noter que dans ce dernier cas la baisse du rendement n'est pas due à l'effet stérique mais au faît qu'il y a en même temps décarbonylation partielle au cours de la réduction avec formation (40 % en produit brut) d'acide β.β-diphénylpropionique : $(C_6H_5)_2CH—CH_2—CO_2H$.

Une saponification alcaline en milieu hydroalcoolique des deux olides, suivie d'une acidification juste nécessaire, a permis d'isoler les deux acides-alcools correspondants : diphényl-2.2 butanol-4 oïque, $C_{16}H_{16}O_3$, F 179-180° et diphényl-3.3 butanol-4 oïque, $C_{16}H_{16}O_3$, F 140-142°. De ces deux acides-alcools, le premier (acide-alcool-β) est relativement stable, mais le second (acide-alcool-α) se lactonise lentement à la longue à température ordinaire. Son point de fusion exact est d'ailleurs difficile à observer en raison de la lactonisation sous l'action de la chaleur.

Des mesures potentiométriques montrent que l'acide-alcool-β a bien la fonction acide la plus forte en raison du caractère polaire marqué des deux radicaux phénylés fixés sur le carbone voisin du carboxyle. Ainsi en solution aqueuse avec alcool méthylique à 50 %, en présence de ClK (concentration N/4) les constantes de dissociation électrolytiques à 18° sont respectivement $K = 0,26 \times 10^{-5}$ pour l'acide-alcool-β et $K = 0,20 \times 10^{-5}$ pour l'acide-alcool-α; la différence n'est pas très grande mais cependant nette.

Néanmoins des mesures de vitesse de lactonisation montrent que l'acide-alcool-α, bien qu'ayant la fonction acide la plus faible, se cyclise le plus rapidement (à 50° environ 3,5 fois plus vite que son isomère β en solution hydroalcoolique à 50 % et en présence de la quantité équimoléculaire de SO_4H_2).

Ceci nous montre que dans le cas présent la différence de force des deux

fonctions acides ne joue pratiquement pas dans le processus de lactonisation. La plus grande vitesse de cyclisation de l'acide-alcool-α doit vraisemblablement être attribuée au fait que la présence des deux radicaux phénylés provoque sur le chaînon CH_2OH voisin une déflexion des angles valentiels plus grande que pour l'acide-alcool-β. Le groupement alcool serait ainsi dans l'espace rapproché davantage du groupement carboxyle, et l'interaction entre eux s'en trouverait facilitée.

Des mesures de vitesse d'ouverture du cycle lactonique sous l'action de la soude en milieu hydroalcoolique des deux olides indiquent que c'est également l'α-olide qui réagit le plus vite dans ces condition (environ 8 fois plus rapidement que le β-olide à 12°). On se serait plutôt attendu à l'inverse : l'olide correspondant à l'acide-alcool qui se lactonise le plus aisément étant en général le plus stable.

L'explication de ce résultat, en contradiction apparente avec celui de la lactonisation, est néanmoins assez aisée. Ici le phénomène de saponification des deux olides serait bien sous l'influence de l'empêchement stérique. Des travaux antérieurs ([2]) ont en effet montré que dans une saponification ou dans une hydrolyse d'ester il y a rupture de liaison entre le carbonyle et l'oxygène et non entre celui-ci et le groupe méthylénique. Dans ces conditions on comprend que l'α-olide, dans lequel la liaison carbonyle-oxygène est plus éloignée du carbone porteur des deux radicaux phénylés que dans le β-olide, se saponifie plus aisément que ce dernier.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le mucilage du Gui.* Note de MM. **Georges Mangenot**, **Jean Rebiffe** et **Adrien Roudier**, présentée par M. Roger Heim.

Le mucilage de la pseudo-baie du Gui (*Viscum album* L.), appelé *viscine* par Van Tieghem, matière visqueuse très adhésive, forme, par étirement, des fils élastiques dont l'un de nous a observé, au hasard d'un examen au microscope polarisant, qu'ils sont biréfringents. Une rapide étude bibliographique nous a révélé que l'on ne sait rien de la viscine et nous avons ainsi été conduits à entreprendre des recherches sur ce sujet.

Nous avons ainsi découvert que les fils élastiques de *viscine* sont constitués par un axe cellulosique enduit d'une matière pectique : une double coloration par le noir direct et le rouge de ruthénium met cette structure en évidence avec la plus grande netteté. On peut, d'autre part, sectionner un filament desséché tendu par un poids, en le mouillant, en un point, avec une trace de réactif de Schweizer : par conséquent, c'est l'axe cellulosique qui confère, au mucilage du Gui, sa ténacité caractéristique. De plus, l'examen de ces filaments aux

([2]) Polanyi et Szabo, *Trans. Faraday Soc.*, 30, 1934, p. 508.

rayons X révèle le spectre de diffraction caractéristique de la cellulose [1]. Après traitement par la soude à 17,5 %, la *viscine* abandonne un résidu de cellulose pure donnant exclusivement du glucose à l'hydrolyse et en quantités correspondant aux chiffres relatifs à la cellulose du coton; après traitement par une solution de soude à 4 %, les matières pectiques ne sont pas complètement éliminées et l'on obtient à l'hydrolyse, en plus du glucose provenant de la cellulose, un mélange de galactose, d'arabinose et d'acides uroniques [chromatographie sur papier filtre [2]]. Mais les fils de viscine contiennent encore des résidus protoplasmiques (fraction azotée dans la partie extraite par la soude à 4 %): leur coloration au moyen de la méthode de Feulgen y révèle la présence de noyaux subpycnotiques, filiformes interminablement étirés.

Dans la pseudo-baie mûre, ce mucilage est contenu dans un tissu occupant, autour de la coque ligneuse qui limite le véritable fruit, la partie profonde de l'enveloppe charnue, d'origine réceptaculaire. Le développement de cet ensemble commence dès fin février environ, époque de la floraison, et s'achève en décembre, janvier. Dès le mois de juin, le tissu mucilagineux se différencie, autour des premiers éléments lignifiés de la paroi du fruit, sous forme d'un anneau, d'abord mince, mais qui s'épaissit rapidement par allongement radial des cellules : celles-ci offrent, dès lors, une paroi épaisse, fortement colorable par le rouge du ruthénium, et limitée en surface par une mince pellicule cellulosique. En juillet, cette pellicule, devenue plus évidente, présente nettement une structure spiralée, avec orientation transversale des tours de la spire. Dès la fin d'août, les cellules à mucilage, complètement achevées, peuvent être définies comme des *fibres mucilagineuses*, à paroi pectique épaisse limitée, extérieurement, par une ligature cellulosique spiralée; à l'intérieur, dans une cavité très réduite, on distingue un noyau, déjà subpycnotique, et quelques résidus cytoplasmiques.

Cette disposition rappelle beaucoup celle qui est réalisée dans les poils ou fibres cellulosiques : la spire superficielle est identique à celle qui enveloppe un poil de coton ou une fibre de lin, tandis que le cylindre pectique sous-jacent est l'homologue des couches secondaires; la comparaison est même possible du point de vue physique : on sait, en effet, que ces couches secondaires de la fibre cellulosique sont facilement gélatinisées, tandis que la ligature externe est constituée par une variété de cellulose moins soluble, probablement plus condensée [3].

On comprend, dès lors, la structure et les propriétés des fils d'étirement du mucilage de Gui : lorsqu'on exerce une traction sur les fibres mucilagineuses

---

(1) Les diagrammes de rayons X ont été obtenus par Mlle Thérèse Petitpas.

(2) S. M. Partridge, *Nature*, 158, 1946, p. 270.

(3) G. Mangenot et Mlle Raison, *Rev. Cytol. et Cytophysiol. vég.*, 6, 1942, p. 1-84; G. Mangenot, *Revue scientifique*, 1943, p. 483-498.

mises à nu par déchirure de la pseudo-baie, la gelée pectique, visqueuse, entraîne les spires cellulosiques qui se déroulent. L'observation révèle que le fil résultant de ce déroulement peut s'étirer et s'amincir considérablement et qu'il est élastique. On sait que la spire cellulosique entourant les poils et fibres du type coton-lin offrent la même élasticité; mais il est très difficile de les manipuler, tandis que le mucilage du Gui nous permet de le faire avec la plus grande facilité.

Des parois celluloso-pectiques ainsi constituées sont sans doute peu fréquentes et représentent un cas limite intéressant. Il serait souhaitable que fût reprise, à la lumière de ces faits, l'étude des cellules superficielles de certaines graines (*Cobæa scandens*, en particulier) dont les parois, très riches en mucilage, présentent aussi, d'après Popovici ([4]), une spire cellulosique déroulable.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence d'oxalate de calcium dans la cellule des Bryophytes.* Note de M. **Jean Eymé**, présentée par M. Roger Heim.

Au cours de l'étude du vacuome de diverses espèces de Muscinées, nous avons rencontré à plusieurs reprises des cristaux que nous rapportons à des formes de l'oxalate de calcium. A notre connaissance, de telles cristallisations n'ont jamais été signalées chez les Bryophytes, du moins sans traitement spécial (par exemple certaines irradiations comme nous le verrons plus loin). Nous avons vérifié la nature chimique de ce sel par quelques réactions micro-chimiques simples. Ces cristallisations sont insolubles dans l'acide acétique à 5 %, mais parfaitement solubles dans l'alun de fer ammoniacal en solution à 4 % ainsi que dans l'acide chlorhydrique dilué.

C'est d'abord dans de jeunes feuilles de *Funaria hygrometrica* en parfaite vitalité qu'il nous a été donné de rencontrer, à l'intérieur de la vacuole centrale, de multiples cristaux octaédriques dits *en enveloppe de lettre*. Le plus souvent ces cristaux se trouvent groupés dans une région quelconque de la vacuole et rarement isolés. Certains d'entre eux s'interpénètrent quelquefois pour former des mâcles. A côté de ces octaèdres que nous rapportons à de l'oxalate trihydraté (Pobéguin, 1943), on peut rencontrer dans ces mêmes cellules des aiguilles allongées de monohydrate. Dans le même *Funaria hygrometrica*, certaines cellules présentent même un *sable* de grains critallins, de volume très réduit.

Sur un même pied de *Funaria* portant des organes reproducteurs, les octaèdres sont les plus fréquents. Ils sont localisés essentiellement dans les feuilles périchétiales des bourgeons portant des archégones et présentent leur volume maximum au moment de la maturité de ces organes. Ces cristaux nous

([4]) A. P. Popovici, *Inaug. Diss. Bonn*, 1893.

sont apparus plus rares dans les feuilles des bourgeons à anthéridies. De façon générale ils se rencontrent dans des cellules qui ne se divisent plus. En effet, nous n'avons jamais observé d'oxalate de calcium dans les cellules où les plastes se montrent en division et sont réunis par des filaments interplastidaires que nous avons décrits (P. Dangeard et J. Eymé, 1947). Ces formations cristallines persistent également dans les cellules de feuilles en voie de mortification et se retrouvent intactes lorsque ces mêmes feuilles sont desséchées.

A la suite de cette étude chez *Funaria* nous avons voulu rechercher la présence de l'oxalate de Ca dans d'autres espèces de Bryophytes. Dans les Sphaignes, nous avons noté la présence de cristallisations dans le vacuome des feuilles périchétiales de *Sphagnum cymbifolium*. Ces feuilles sont en effet presque dépourvues de hyalocystes et se prêtent à un examen facile de leurs chlorocystes. Nous en avons découvert également dans les cellules incolores et très vacuolisées du parenchyme central du sporogone ainsi que dans les cellules allongées du tissu du pédicelle portant le sporogone. Nous y avons observé de longues aiguilles prismatiques de monohydrate, des octaèdres de trihydrate ainsi que des ensembles cristallins mal définis produits de l'agrégation de nombreux cristaux entre eux.

A la suite de Nadson et Rochline (1928) qui ont irradié par les rayons ultraviolets des tiges feuillées de *Pterigophyllum hepaticæfolium*, nous avons nous-même exposé à ces mêmes radiations des gamétophytes d'une espèce voisine : *Pterigophyllum lucens*. Comme ces auteurs, nous avons constaté l'apparition de cristaux octaédriques d'oxalate de Ca dans des cellules foliaires qui en étaient dépourvues auparavant.

Ainsi donc, après ces observations, il nous apparaît que la présence d'oxalate de Ca à l'intérieur de certains tissus de Bryophytes, traduit un métabolisme particulier à certains moments du cycle végétatif de ces végétaux. La dépolymérisation de l'amidon, entraînant une production exagérée de sucres, aurait pour conséquence une oxydation incomplète de ces sucres et la production d'acide oxalique. La neutralisation de ce dernier donne l'oxalate de Ca qui, très peu soluble, cristallise dans la vacuole. Ce sel ne peut être considéré que comme un produit de déchet localisé, non dans tout le corps des Bryophytes étudiés, mais dans des cellules bien définies. Il n'apparaît en effet que dans des tissus dont les cellules, encore vivantes et colorables vitalement, sont cependant vouées à une assez proche dégénérescence. Ainsi, il ne peut être repris par le métabolisme général et sa signification chez les Bryophytes rejoint ce qui est devenu classique chez les Phanérogames.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Inversion du géotropisme par l'hétéroauxine chez* Thuya orientalis. Note de Mlle **Camille Bulard**, présentée par M. Raoul Combes.

On a justifié le géotropisme positif des racines et le géotropisme négatif des tiges des végétaux, dans les conditions normales, en invoquant la réaction différente des cellules de ces organes aux substances de croissance. Nous avons voulu voir si, en soumettant des plantules de *Thuya orientalis* à des concentrations de plus en plus élevées d'hétéroauxine, on peut modifier le tropisme de l'hypocotyle et de la racine.

Expérience A. — Le 31 mai, des graines de *Thuya* furent placées dans l'eau distillée contenant 0,1, 10, 100, 200, 400^{mg} par litre d'acide indol-β-acétique. Retirées après 48 heures, les graines furent semées dans du sable de Bordeaux lavé et calciné, contenu dans des entonnoirs de 12^{cm} de diamètre. La moitié de ces récipients est restée à la lumière diffuse (humidité 90 %); la température oscillait entre 18 et 20°. Nous avons arrosé chacun des lots de plantes en expériences avec la même quantité de solution correspondant aux concentrations de trempage.

Expérience B. — Dès l'apparition du germe, une certaine proportion des graines est transplantée horizontalement à une profondeur de 2^{mm} dans d'autres entonnoirs.

Expérience C. — Trois lots de graines de *Thuya*, après avoir séjourné pendant 72 heures dans les solutions aqueuses à 100, 200, 400^{mg} d'hétéroauxine par litre, ont été semées dans le sable comme dans l'expérience A, placées dans l'obscurité et arrosées cette fois à l'eau distillée.

Les résultats obtenus dans l'expérience A sont résumés dans le tableau suivant, montrant le pourcentage des plantules qui présentent des cotylédons enfoncés dans le sable; l'hypocotyle et la racine y sont développés au-dessus des cotylédons et sortent du sable en direction verticale; la racine pousse verticalement de bas en haut.

Teneur de la solution en milligrammes d'hétéroauxine par litre.

	400.	200.	100.	10.	1.	0.
Obscurité......	75	65	45	25	5	0
Lumière.......	50	30	20	0	0	0

Il faut remarquer que dans le cas des plantules ayant végété à l'obscurité, le reste des plantules (25 % pour la solution à 400^{mg} et 35 % pour la solution à 200^{mg}) sont, soit couchées horizontalement, soit orientées sous un angle de 20 à 50°, leur racine restant enfoncée dans le sable (hypocotyles et cotylédons poussant dans l'air). Dans le cas des concentrations inférieures à 200^{mg}, pour le reste des plantules, certaines de celles-ci se développent horizontalement, mais la proportion des *Thuya* qui se sont développés dans une position à peu près

normale augmente fortement au fur et à mesure que la teneur en hétéroauxine du milieu diminue; c'est ainsi que, à 1^{mg} par litre, 95 % des plantules sont normales.

En ce qui concerne l'expérience B, les rapports restent sensiblement les mêmes. D'autre part, les graines de l'expérience C ont donné des racines et des hypocotyles se développant dans l'air dans une proportion inférieure à celle indiquée précédemment : pour la concentration 400, on trouve environ 50 %.

L'expérience B va nous permettre de comprendre les phénomènes d'inversion de géotropisme observés au cours des expériences A, B et C.

Au début de l'expérience B, le rapport de l'élongation des cellules de la partie inférieure de la racine et de l'hypocotyle à celle de la partie supérieure des mêmes organes croît avec la dose d'hétéroauxine dans les limites de l'expérience; cela provoque une courbure de plus en plus accentuée. Au stade initial de la végétation, l'intensité de l'élongation des cellules croît des cotylédons vers le collet dans l'hypocotyle, et de la coiffe vers le collet dans la racine. Il en résulte que la plantule prenant appui sur les cotylédons enfoncés dans le sable se courbe en arc par inégalité de croissance; de ce fait la racine sort de terre presque verticale, la coiffe en l'air. Le géotropisme de la racine et de l'hypocotyle est donc inversé.

De ces expériences on peut conclure : *a*. l'acide indol-β-acétique, aux concentrations 100 à 400 mg/l, détermine une inversion du géotropisme des *Thuya* dans une proportion très élevée, surtout à l'obscurité; *b*. on remarque que le géotropisme commence à être affecté dès la concentration de 1^{mg}, lorsque le développement s'effectue à l'obscurité; *c*. la lumière diminue sensiblement l'intensité de la réaction. Les plantes ayant végété à l'obscurité et traitées par une solution à 100^{mg} réagissent à peu près comme celles qui se sont développées à la lumière mais qui ont été arrosées par une solution à 400^{mg}; *d*. dans certains cas, il semble que l'hétéroauxine entrave pratiquement tout phénomène tropique : tiges et racines se développent parallèlement à la surface du substratum.

HISTOGENÈSE SEXUELLE. — *Glandes annexes mâles de l'appareil génital de la Souris et du Mulot de sexe femelle. Considérations sur le rôle probable d'une hormone androgène dans leur développement*. Note de M. **Albert Raynaud**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

L'existence d'ébauches prostatiques très fréquentes chez les Souris (*Mus musculus*) femelles normales de la lignée XVII a été signalée précédemment ([1]); le degré de développement de ces bourgeons prostatiques est toujours faible chez les nouveau-nés (20 à 100$^{\mu}$); leur taille et leur nombre varient d'un individu à l'autre; quand ils sont peu nombreux (2 à 4) ils occu-

(1) A. Raynaud *Comptes rendus*, **227**, 1948, p. 230.

pent sur l'urètre, une position ventrale ou ventro-latérale; quand leur nombre est plus élevé (une dizaine environ), il en existe, aussi, sur les faces latérales et dorsale de l'urètre. Il existe, en général, chez les souris femelles nouveau-nées normales, de courtes ébauches ([illegible] à [illegible]μ) de glandes de Cowper; quelques femelles en sont dépourvues, tandis que d'autres possèdent des ébauches bien développées (200 à 400μ).

Les Mulots (*Apodemus sylvaticus*) femelles normaux possèdent, tous, deux lobes prostatiques; les ébauches de ces glandes sont toujours représentées chez les fœtus à terme, par deux longs ([illegible] à [illegible]μ) bourgeons provenant toujours des bords ventro-latéraux de l'urètre ([2]). 10% des mulots ♀ adultes possèdent à la fois 2 lobes prostatiques et 2 glandes de Cowper ([3]).

Discussion. — Est-il possible d'interpréter ces différents états de masculinisation, existant à l'état spontané, chez ces Rongeurs femelles? J'ai admis en 1938 [voir ([4]) page 341], que les diverses anomalies intersexuelles rencontrées *à l'état naturel* chez divers Mammifères femelles, résultent de l'action d'une hormone masculinisante chez les fœtus femelles; j'ai appliqué ensuite cette conception au cas des mulots ♀ ([2]), puis je l'ai généralisée ([3]). Deux constatations récentes permettent actuellement de préciser cette hypothèse :

a. Les expériences de castration des embryons mâles de divers Mammifères, réalisées par différents auteurs, montrent le rôle prépondérant du moment et de la durée d'action de l'hormone testiculaire dans la masculinisation du fœtus mâle. Cela, et d'autres observations ([5]), conduit à envisager, qu'à l'état spontané, le développement des glandes de Cowper des fœtus femelles doit résulter de l'action d'une hormone masculinisante (vraisemblablement sécrétée par l'ovaire embryonnaire) ayant eu lieu chez le fœtus à un stade relativement précoce. Si cette action hormonale est temporaire et limitée à ce stade (début du 12e jour chez les fœtus de Souris, par exemple), les glandes prostatiques ne doivent pas se développer. Ainsi, peut s'interpréter le cas des femelles, présentant, à l'état spontané, des glandes de Cowper, mais pas de glandes prostatiques. Au contraire, si l'action hormonale se poursuit (ou se renouvelle à un stade ultérieur déterminé), les glandes prostatiques doivent se développer. En outre, les variations de concentration de l'hormone, chez les différents fœtus, peuvent rendre compte du degré de développement différent des ébauches, chez diverses femelles (nombre et position des bourgeons prostatiques, par exemple).

b. Chez les fœtus femelles de Mulot, les bourgeons prostatiques s'allongent (jusqu'à [illegible]μ) sans que, en général, l'ébauche présente des glandes de Cowper soit stimulée ([2]). Il semble aujourd'hui vraisemblable d'admettre qu'une seule hormone, androgène, probablement sécrétée par l'ovaire embryonnaire, intervient dans l'histogenèse des diverses glandes annexes mâles de ces fœtus femelles; le fait qu'elle ne stimule pas, en général, les ébauches des glandes de Cowper, est sans doute dû à ce que, au stade où se développent les bourgeons prostatiques, les ébauches des glandes de Cowper (formées antérieurement) sont déjà

([2]) A. Raynaud, *Annales d'Endocrinologie*, 3, [illegible], p. [illegible].

([3]) A. Raynaud, *Bull. Biol. France et Belgique*, [illegible], [illegible], p. 1.

([4]) A. Raynaud, *Bull. Biol. France et Belgique*, 72, 1938, p. 297.

([5]) A. Raynaud et M. Frilley, *C. R. Soc. Biol.*, 142, 1948, p. [illegible].

devenues moins sensibles à l'hormone ([6]). C'est probablement à de petites différences dans le moment d'action de l'hormone masculinisante présumée, chez les fœtus femelles, qu'est dû le fait que certaines parties du tractus génital sont masculinisées, tandis que d'autres restent normales. Il faut tenir compte également de ceci que, dans ces cas, l'hormone masculinisante ne doit être libérée, chez le fœtus, qu'à une concentration faible.

Ces nouvelles considérations, qui vont être soumises à l'épreuve expérimentale, permettent de lever la principale difficulté (masculinisation élective) à laquelle se heurtait [*voir* ([3]), p. 23] l'interprétation générale des divers types de structure masculine du tractus génital, rencontrés, à l'état spontané, chez les femelles des différentes espèces de Mammifères, interprétation basée sur l'existence probable d'une hormone masculinisante (androgène) chez ces fœtus femelles. Agissant à des stades différents, à des concentrations différentes, et pendant des durées différentes, l'hormone androgène présumée doit pouvoir modeler dans le sens mâle, de façon très diverse, le tractus génital des divers fœtus femelles de Mammifères et produire ainsi toute la série des divers cas de masculinisation (développement d'une ou de plusieurs glandes annexes mâles, avec ou sans masculinisation des gonoductes, avec ou sans masculinisation du sinus uro-génital, avec ou sans masculinisation des organes génitaux externes) rencontrés, à l'état spontané, chez les femelles, dans les différents ordres de Mammifères.

BIOLOGIE. — *L'activité phosphatasique dans le tractus génital des Mammifères. — I. Localisation chez le Rat mâle et modifications expérimentales.* Note (*) de MM. **André Soulairac** et **Charles Thibault**, présentée par M. Robert Courrier.

Les travaux de Mann ([1]) ont montré que le sperme contient du fructose, ce sucre étant métabolisé par le spermatozoïde selon une chaîne de réactions

([6]) Cette différence de sensibilité de ces ébauches n'est sans doute pas inhérente aux deux types d'ébauches, à l'origine; elle est sans doute due à une différence dans l'âge et l'état des ébauches, à ce stade. A une concentration donnée, l'action stimulante de l'hormone androgène sur une ébauche donnée, doit être d'autant plus intense qu'elle s'exerce plus près du moment exact où elle doit normalement agir pour faire développer le bourgeon épithélial de l'ébauche (c'est-à-dire à un stade un peu antérieur à celui où le bourgeon commence à apparaître). Chez 90 % des fœtus femelles normaux de Mulot, il doit y avoir, à un stade précoce, libération d'une petite quantité d'hormone masculinisante qui fait développer des ébauches rudimentaires de glandes de Cowper; puis, à un stade ultérieur, une autre libération plus importante d'hormone masculinisante (androgène), qui provoque un développement important des bourgeons prostatiques. Chez 10 % des fœtus femelles normaux de Mulot, la première stimulation androgène doit être plus intense, puis se poursuivre, pour faire développer, à un degré important, successivement les ébauches des glandes de Cowper, puis les ébauches prostatiques.

(*) Séance du 2 août 1948.

([1]) *Bioch. J.*, 40, 1946, p. 481-491.

qui aboutissent à l'acide lactique. Ces travaux ont précisé des recherches antérieures de Bernstein ([2]) qui ont mis en évidence la présence de sucre à la fois dans le liquide séminal et dans le spermatozoïde.

Moore et Mayer ([3]), Mann ont constaté que le sperme se charge de sucre au cours de son passage dans le tractus génital; le sperme prélevé dans l'épididyme n'en contient pratiquement pas. Comme il semble que toute mobilisation de glucides à travers une paroi cellulaire nécessite un processus phosphocatalytique, nous avons recherché histochimiquement ([4]) la présence de la phosphatase alcaline dans les différentes parties du tractus génital du Rat.

Le tableau ci-dessous résume nos constatations :

Testicule	Absence
Épididyme tête	»
» queue	»
Canal déférent	Présence
Vésicule séminale	»
Prostate	»
Glande de Cowper	»

Signalons les points suivants : 1° l'activité phosphatasique se localise principalement dans le noyau de la cellule intéressée;

2° dans le canal déférent, c'est la couche cellulaire profonde qui possède l'activité phosphatasique;

3° dans la vésicule séminale et la prostate, où l'épithélium ne comporte qu'une seule assise cellulaire, l'activité phosphatasique se manifeste à la fois dans le noyau et dans la partie interne de la cellule, mais jamais au niveau de la lumière.

Cette disposition topographique met en évidence que cette phosphatase doit jouer un rôle dans le passage du glucide du milieu intérieur vers le liquide séminal.

Cette répartition de l'activité phosphatasique dans le tractus génital montre une localisation exclusive de l'enzyme dans les glandes annexes. Il nous a paru intéressant d'étudier l'action de l'hormone testiculaire sur cette répartition.

La castration bilatérale fait disparaître totalement la phosphatase alcaline. Dans les noyaux, comme au niveau de la paroi interne des cellules, il ne subsiste aucune trace d'activité enzymatique.

L'implantation intra-musculaire de cristaux de propionate de testostérone purissime (5 mg) à des animaux castrés depuis 20 jours rétablit une activité

([2]) *Trans. vet. Path.* (*Orenburg vet. Inst.*, 1935, nº 1); *Anim. Breed. Abstr.*, 3, 1935, p. 478.

([3]) *Res. Bull. Mo. Agric. Exp. Sta.*, nº 338, 1941.

([4]) Technique de Gomori, 1941.

phosphatasique dans les glandes annexes, aussi intense que celle de l'animal normal.

On peut donc admettre que le passage des glucides du sang dans le sperme se fait grâce à des processus de phosphorylation, et que ces derniers sont sous la dépendance de la testostérone.

Il faut rapprocher de ces faits les constatations de Mann et Parsons (5) montrant que l'existence du fructose dans le sperme est également sous la dépendance de l'hormone testiculaire.

BACTÉRIOLOGIE. — *Recherches sur la tuberculination intra-cutanée chez les Équidés apparemment indemnes de tuberculose.* Note (*) de MM. **Marcel Illartein**, **Paul Saurat** et **Jean Verge**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Certains auteurs étrangers : Magnusson, Holth, Sténius et Plum ont très heureusement souligné, en ces dernières années, le paradoxe, voire l'opposition qui existe entre, d'une part, la rareté de la tuberculose équine dans les grands abattoirs hippophagiques du monde entier et, d'autre part, la fréquence des réponses positives des Solipèdes apparemment sains à l'épreuve tuberculinique.

A Paris, les statistiques des abattoirs de Brancion, relevées de 1936 à 1946, permettent de constater que le taux de tuberculose équine atteint l'infime proportion de 0,0132 %, c'est pourquoi il nous a paru intéressant de rechercher si, chez les Équidés de France, les épreuves allergiques à la tuberculine se révèlent aussi souvent positives que l'ont rapporté les auteurs scandinaves.

Tous nos animaux ont reçu, simultanément, la classique inoculation *intradermique* de tuberculine bovine et de tuberculine aviaire au niveau des faces opposées de l'encolure. La réaction était considérée comme positive lorsque, à la 72e heure, l'épaississement cutané au point d'insertion du liquide égalait ou dépassait 3mm,5.

273 Solipèdes ont été interrogés, se répartissant en différentes catégories : 182 appartenaient à l'Armée française d'occupation en Allemagne (15 chevaux barbes, 69 chevaux de selles 30 chevaux de trait et 68 mulets);

51 étaient hospitalisés pour différentes affections non tuberculeuses à l'École Vétérinaire d'Alfort (46 chevaux et 5 ânes);

40 chevaux enfin étaient utilisés pour la préparation de sérums thérapeutiques.

Il est nécessaire de souligner qu'aucun de ces animaux ne présentait de signes cliniques de tuberculose.

---

(5) *Nature*, 160, 1947, p. 294.

(*) Séance du 9 août 1948.

ppréciation de l'examen.	Nombre et provenance des Équidés sollicités.	Nombre d'Équidés réagissant — à la tuberculine bovine seule.	à la tuberculine aviaire seule.	simultanément aux deux tuberculines.	Pourcentage des réactions — à la tuberculine bovine (%).	à la tuberculine aviaire (%).
tra-dermo-réaction simple $> 3^{mm},5$	182 Armée française d'occupation	13	22	10	12,6	17,8
	51 École d'Alfort	1	6	1	3,92	13,72
	40 Chevaux pour sérums thérapeutiques	0	12	3	7,5	37,5
Total général.....	273	14	40	14	10,26	19,78
tra-dermo-réaction seconde $> 3^{mm},5$	40 Chevaux pour sérums thérapeutiques	2	15	16	45	77,5

L'appréciation des réactions chez les Équidés ainsi sollicités a permis d'enregistrer les résultats suivants : 28 sujets, soit 10,26 %, ont réagi positivement à la tuberculine bovine ; 54, soit 19,78 %, ont réagi positivement à la tuberculine aviaire.

Le détail des observations est condensé dans le tableau ci-dessus.

Nos conclusions seront les suivantes :

I. La tuberculination intradermique, effectuée simultanément chez 273 chevaux, ânes et mulets *cliniquement indemnes de tuberculose* au moyen des tuberculines d'origine bovine et aviaire, montre que 28 sujets, soit 10,26 %, réagissent à la tuberculine bovine, tandis que 54, soit 19,78 %, réagissent à la tuberculine aviaire.

II. Les recherches effectuées en Scandinavie et en France prouvent que, dans ces conditions, on ne peut guère à l'heure actuelle attacher de valeur à l'épreuve tubereulinique chez les Équidés.

III. L'interprétation des résultats doit se faire ainsi : un résultat négatif permet d'éliminer l'infection bacillaire, un résultat positif ne signifie nullement que l'animal réagissant est atteint de tuberculose.

IV. Les essais réalisés posent un grand problème de pathologie générale : quelle est l'origine de l'allergie présentée par de nombreux Solipèdes à l'égard de la tuberculine ?

S'agit-il de lésions occultes déclenchées par des bacilles tuberculeux plus ou moins dégradés dans leur virulence ? Ne peut-on même évoquer, à ce propos, l'existence de bacilles de Koch revenus presque entièrement au saprophytisme et doués cependant de qualités sensibilisantes ?

Faut-il se demander, au contraire, pourquoi un certain nombre de réactions semblent répondre à autre chose qu'à la présence de bacilles tuberculeux et incriminer des bacilles acido-résistants, pathogènes ou non, qui se comporteraient comme des substances allergisantes, grâce à une certaine communauté d'antigènes avec le bacille tuberculeux ? Ces germes déclencheraient ainsi, lors de l'épreuve révélatrice, des phénomènes d'allergie non spécifiques ?

V. Des recherches nouvelles apparaissent nécessaires pour apporter à ces problèmes des solutions à la fois neuves et satisfaisantes.

La séance est levée à 15h25m.

R. C.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de juillet 1948.

Association française pour l'étude du sol. Comptes rendus de la *Conférence de pédologie méditerranéenne*. Alger-Montpellier, 1er-20 mai 1947; 1 vol. 24cm (présenté par M. A. Demolon).

Muséum national d'histoire naturelle. Laboratoire de cryptogamie. *Catalogues des collections vivantes, Herbiers et Documents*. I. *L'algothèque*, publié par Roger Heim et Pierre Bourrelly. Paris, 1948; 1 fasc. 22cm (présenté par M. R. Heim).

Mémorial des sciences physiques. Fasc. I. — *La convection forcée de la chaleur. Flüide s'écoulant normalement à un cylindre*, par Gustave Ribaud et Edmond Brun. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 fasc. 25cm,5.

Pflanzliche Infektionslehre. Lehrbuch der allgemeinen Pflanzenpathologie für Biologen, Landwirte, Förster und Pflanzenzüchter, von Ernst Gäumann. Basel, Verlag Birkhäuser, 1946; 1 vol. 24cm,5 (présenté par M. R. Heim).

Mouvement des projectiles autour de son centre de gravité. — Sur le mouvement gyroscopique. — Mouvement pendulaire des projectiles. Dérivation, par Godofredo García. Lima, 1940; 1 vol. 25cm.

Sur la formule de Stokes dans la théorie de la gravité, par Godofredo García et Alfred Rosenblatt. Extrait de *Revista de cienciás*, n° 429, año XLI. Lima, 1 fasc. 25cm.

El problema de los tres cuerpos, par Godofredo García. Extrait de *Revista de cienciás*, n° 440, Año XLIX. Lima, 1 fasc. 25cm.

Sobre la regularización del problema plano de los tres cuerpos, par Godofredo García. Extrait de *Revista de cienciás*, nos 443-444. Año XIL. Lima, 1 fasc. 25cm.

Forma cardinal canonica de las ecuaciones del movimiento de los tres cuerpos interviniendo ademãs de la attracción universal fuerzas disipativas y fuerzas giroscopicas, par Godofredo García. — *Ecuaciones cardinales y escalares mas generales de la dinámica de los cuerpos con movimientos internos*. Extrait de *Actas de la Academia nacional de ciencias exactas, fisicas y naturales de Lima*. Año IX. Volumen XI. Fasciculo I. Lima, 1946, 2 fasc. 25cm.

Annali di geofisica. Rivista dell' Istituto nazionale di geofisica. Diretta da Antonino Lo Surdo. Vol. I, nos 1 et 2. Roma, 1948. 2 vol. 25cm.

Matematische Nachrichten. Publikationen des forschungsinstituts für mathematik der deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin und der Matematischen Institute der Universität Berlin, par ERHARD SCHMIDT, GEORG HAMEL, HELMUT HASSE, H. L. SCHMID, KURT SCHRÖDER. Heft 1. Berlin, 1948; 1 fasc. 25cm,5.

Académie royale de Belgique. Tomes XXIIA et XXIIB. *Mémoires. Stérilité ou vieillissement et disparition des espèces végétales,* par ÉMILE DE WILDEMANN. Bruxelles, Palais des Académies, 1948; 2 vol. 25cm,5.

Détermination microscopique des minéraux des sables, par SOLANGE DUPLAIX. Paris et Liége, Librairie polytechnique Ch. Béranger, 1948; 1 vol. 24cm,5.

The Use of Stainless Steel in the Chemical and Food-Processing Industries, by J. A. MC WILLIAM. Published by MUREX Ltd. Vol. 1. N° 1. Rainham, 1948; 1 fasc. 21cm,5.

La vie des abeilles solitaires, par ROBERT HARDOUIN, in *Histoires naturelles.* Paris, Gallimard, 1948; 1 vol. 19cm.

Gouvernement général de l'A. O. F. Institut français d'Afrique noire. *Conseils aux chercheurs.* Dakar, I. F. A. N., 1948; 1 brochure 15cm.

Carte géologique internationale de l'Afrique, exécutée conformément aux vœux du Congrès géologique international (XIIIe session, Bruxelles, 1922), dressée et publiée par le BUREAU D'ÉTUDES GÉOLOGIQUES ET MINIÈRES COLONIALES, à l'échelle de 1/5.000.000. Feuille n° 2; 1 pl. 97cm,5 × 76cm,5.

Encyclopédie biogéographique et écologique. IV. *Ecologie* (Phanérogames. Mousses. Lichens). *De quelques sites de Paris,* par MAURICE BOULY DE LESDAIN. Paris, Paul Lechevalier, 1948; 1 fasc. 25cm.

Histoire et Société d'aujourd'hui. *L'homme, cet être unique. Essais,* par JULIAN HUXLEY. Traduction de JULES CASTIER. Neuchatel, Éditions de la Baconnière, 1947; 1 vol. 19cm.

Essais d'un biologiste, par JULIAN HUXLEY. Traduction de JULES CASTIER. Paris, Éditions Stock, 1946; 1 vol. 19cm.

Philosophie étrangère. *Nous, Européens,* par JULIAN HUXLEY, A. C. HADDON, A. M. CARR-SAUNDERS. Traduction de JULES CASTIER. Paris, Les éditions de minuit, 1947; 1 vol. 18cm,5.

Scientific Research and social Weeds, by JULIAN HUXLEY. London, Watts et C°, 1934; 1 vol. 20cm.

Évolution the modern Synthesis, by JULIAN HUXLEY. London, George Allen et Unwin Ltd; Fifth impression, 1948; 1 vol. 22cm.

Problems of relative growth, by JULIAN HUXLEY. London, Methuen et C° Ltd, 1932; 1 vol. 22cm,5.

Man in the modern Wordl, by JULIAN HUXLEY. London, Chatto et Windus, 1947; 1 vol. 21cm.

Évolution and ethics 1893-1943, by T. H. HUXLEY and JULIAN HUXLEY. London, The Pilot Press Ltd, 1947; 1 vol. 22cm.

Tva adventure in planning, by JULIAN HUXLEY. London, The architectural Press, 1946; 1 vol. 22cm.

On Living in a Revolution, by JULIAN HUXLEY. London, Chatto et Windus, 1944; 1 vol. 21cm,5.

Commentarii mathematica helvetici. — Sur une proposition de Mlle S. Piccard. Vol. XVIII. Fasc. IV, 1945-1946. — *Sur la congruence des ensembles de points et ses généralisations,* Vol. XIX. Fasc. III, 1946-1947, par WACLAW SIERPINSKI. Editi Societate mathematica helvetica in ædibus Orell füssli Turici, 2 fasc. 23cm.

Mathematica. Vol. XXIII, p. 60-64. *Sur quelques propriétés du nombre,* $2^{\aleph_0}$, p. 65-69. — *Sur un problème concernant les espèces métriques,* par WACLAW SIERPINSKI. Timisoara, Tipografia Romaneasca; 2 fasc. 24cm.

Sur deux conséquences d'un théorème de Hausdorff. — Sur les fonctions de plusieurs variables. — Sur les espaces (V) de M. Fréchet denses en soi. — Sur une suite transfinie d'ensembles de nombres naturels. — Sur la non-invariance topologique de la propriété λ'. — Sur un problème de la théorie générale des ensembles, par WACLAW SIERPINSKI. Six extraits de *Fundamenta mathematicæ*, T. XXIII, 1945; 6 fasc. 23^{cm},5.

WACLAW SIERPINSKI. — *Fundamenta Mathematicæ. — Sur le paradoxe de MM. Banach et Tarski. Sur le paradoxe de la sphère. — Sur un espace métrique séparable universel. Sur les espaces métriques universels.* Deux Extraits du tome XXIII, 1945. — *L'hypothèse généralisée du continu et l'axiome du choix. Sur un théorème de M. Tarski concernant les alephs. — Sur un ensemble plan qui se décompose en $2^{\aleph_0}$ ensembles disjoints superposables avec lui. — Deux théorèmes sur les familles de transformations. — Les correspondances multivoques et l'axiome du choix. — Sur l'implication $(2m \leq 2n) \rightarrow (m \leq n)$ pour les nombres cardinaux. — Sur l'inversion du théorème de Bolzano-Weierstrass généralisé. — Sur une proposition qui entraîne l'existence des ensembles non mesurables. Sur les images de classe 1 d'ensembles linéaires. — Démonstration de l'égalité $2^m - m = 2^m$ pour les nombres cardinaux transfinis. — Sur la différence de deux nombres cardinaux. — Sur un espace complet qui n'admet pas le théorème de Souslin. — Sur un problème concernant le crible de M. Lusin. — Un théorème sur les puissances des ensembles.* Six Extraits du tome XXXIV, 1946. — *Sur la division des types ordinaux.* Extrait du tome XXXV, 1948; Varsovie, 9 fasc. 24^{cm}.

Pontificia Academia Scientiarum. *Acta.* Anno IV. Vol. IV, n°s 25-26-27. — *Sur l'opération $\lim_{y=\infty} \Phi(x, y)$. — Sur une propriété des ensembles ordonnés. — Sur les bases dénombrables des familles de fonctions*, par WACLAW SIERPINSKI. Citta del Vaticano, 1940, 3 fasc. 24^{cm}.

Sur un ensemble ordonné de puissance supérieure à celle du continu, par WACLAW SIERPINSKI; 1 feuille 24^{cm},5.

Sur une proposition équivalente à l'axiome du choix. Sur la non-existence des décompositions paradoxales d'ensembles linéaires, par WACLAW SIERPINSKI. Extrait de *Actas de la Academia nacional de Ciencias exactas, fisicas y naturales de Lima.* Ano IX. Vol. XI. Fasc. I. Lima, 1946; 1 fasc. 25^{cm}.

Sur les espaces métriques universels. — Sur un espace métrique séparable universel, par WACLAW SIERPINSKI. Extrait de *Atti della reale Academia delle Scienze di Torino.* Vol. LXXV, 1939-1940-XVIII; 2 fasc. 26^{cm}.

Sur les types d'ordre de puissance du continu, par WACLAW SIERPINSKI. Extrait de *Revista de ciencias*, n° 456. Año XLVIII. Lima, s. d.; 1 fasc. 25^{cm}.

Sur une propriété des espaces métriques dénombrables, par WACLAW SIERPINSKI. Extrait de *Portugaliæ mathematica.* Vol. V. Fasc. IV, 1946; 1 feuille 24^{cm}.

Sur un théorème de A. Lidenbaum, par WACLAW SIERPINSKI. Extrait de *Annals of mathematics.* Vol. XLVIII. N° 3, 1947; 1 fasc. 25^{cm}.

Remarque sur une hypothèse des Chinois concernant les nombres $(2^n - 2)/n$, par WACLAW SIERPINSKI. Extrait de *Colloquium mathematicum.* Vol. I. Fasc. I, 1947; 1 feuille 25^{cm}.

(*A suivre*).